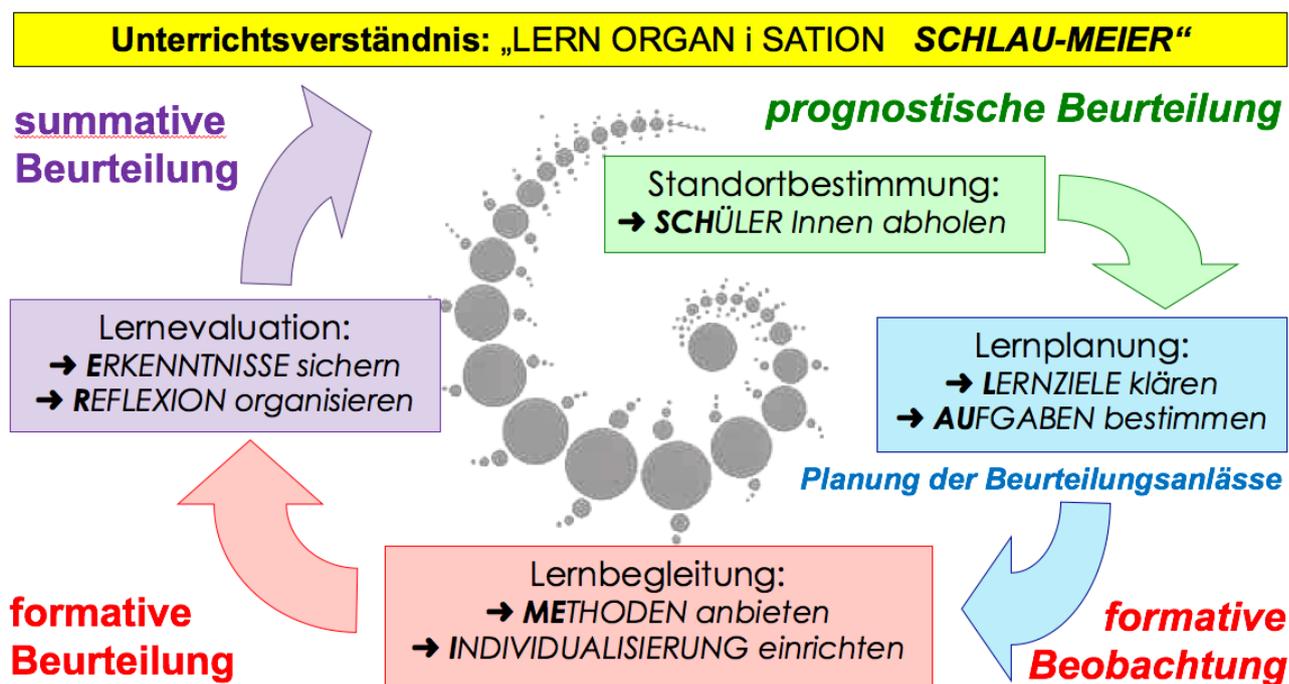


# Beurteilen im Mathematikunterricht mit dem „Schweizer Zahlenbuch“

## Werkzeugkiste mit Ideen zur formativen Schülerbeurteilung

<b>Einleitung: formative Beurteilung im Mathematikunterricht</b>	<b>2</b>
Förderorientierte Beurteilung und Unterrichtsverständnis	2
Beurteilungsmomente und Standortbestimmungen	4
Standortbestimmungen und Lernstandserfassungen	5
Lernplanung: Lernziele klären und sichtbar machen	8
Lernplanung: Aufgaben und Lernformen bestimmen	10
<b>Ideen zur formativen Beobachtung</b>	<b>12</b>
Lernspuren in Mathematikheften	13
Problemlösejournale und Forscherhefte	15
Fehlerkult – Fehlerkultur	19
Entwickeln einer Gesprächskultur	22
Allgemeine Kriterienraster	23
Selbst- und Fremdbeurteilungen	26
<b>Ideen zur formativen Beurteilung</b>	<b>30</b>
Aufgabenspezifische Kriterienraster	31
Produkte im Mathematikunterricht	33
Projekt „Mathematik förderorientiert beurteilen“	35
Kurztests (Lernkontrollen – „Teste sich selbst“)	38
Kurztests zu Basiskompetenzen (Kopfrechnen)	40
„Mindsteps“ (Aufgabensammlung zu den Checks)	43

# Einleitung: formative Beurteilung im Mathematikunterricht



## Förderorientierte Beurteilung und Unterrichtsverständnis

Grundsätzlich können alle Beurteilungsinstrumente formativ begleitend während einem Lernprozess oder summativ zum Abschluss eines Lernprozesses eingesetzt werden. Formative und summative Beurteilungsinstrumente orientieren sich an den Kompetenzbeschreibungen im Lehrplan und den daraus abgeleiteten Lernzielen in einem Lehrmittel (siehe Grundlagentext „kompetenzorientiert beurteilen im Mathematikunterricht Seite 2ff.). Die Unterschiede sollten aber nicht nur im Zeitpunkt des Einsatzes des Beurteilungsinstrumentes liegen, sondern auch in der Form und Ausgestaltung desselben. Es können also in den seltensten Fällen die genau gleichen Beurteilungsinstrumente für eine formative und für eine summative Schülerbeurteilung eingesetzt werden. Es gibt aber durchaus **Ideen zu Beurteilungsinstrumenten, die in abgewandelter Form sowohl für die formative wie auch für die summative Beurteilung zum Einsatz kommen können**. So werden auch in diesen beiden Werkzeugkisten oft die gleichen grundsätzlichen Ideen und Konzepte eines Beurteilungsinstrumentes in einer formativen und in einer summativen Variante vorgestellt (siehe Übersichtstabelle Grundlagentext Seite 12).

Bedeutsam für die Verwendung der Begriff „formativ“ und „summativ“ ist auch, auf welchen zeitlichen Horizont man sich bezieht. **Formative Beurteilung soll den Lernprozess begleiten** und die Lernenden kompetenz- und lernzielorientiert fördern und **summative Beurteilung soll den Lernprozess abschliessen** und Bilanz ziehen, ob Lernziele und Kompetenzstufen erreicht worden sind. **Aber was ist ein „Lernprozess“?**

Je nach dem Bezug auf eine unterschiedliche Zeitspanne in der Bildung kann ein **Lernprozess** ein einzelnes Thema, eine **Lerneinheit** mit mehreren Themen, ein Quartal, ein Semester, ein Schuljahr, ein Bildungszyklus oder sogar die ganze Volksschulzeit meinen. So bezeichnen beispielweise einige Kantone der Nordwestschweiz ihre „Checks“ als formative Beurteilungsinstrumente. Diese interkantonalen Quervergleiche enthalten umfangreiche Testanlagen mit vielen Aufgaben, die in Form von schriftlichen Prüfungen auf Papier oder am Computer bearbeitet werden müssen. Diese Testanlagen überprüfen, wie gut lehrplanbezogene Kompetenzstufen erreicht werden. Es sind also vor allem summative Aspekte in diesem Test vorhanden, da viele Themen geprüft werden. Die Frage ist nun, ob diese bilanzierend und abschliessend geprüft werden. Hier besteht natürlich der Wunsch der Bildungsverwaltungen, dass diese aufwändig entwickelten und normierten Testanlagen zu diagnostischen Erkenntnissen führen und auch formativ für die individuelle Förderung eingesetzt werden. Zudem wollen die meisten Kantone der Nordwestschweiz ihre Checks als Beitrag für die Förderung der Schülerinnen und Schüler verstanden wissen und raten dringend davon ab, die Testresultate auch für Zeugnisse oder Laufbahneempfehlungen zu nutzen. Allerdings tun dies die Kantone typischerweise auch nicht einheitlich sondern föderalistisch unterschiedlich.

Es ist also **entscheidend, welches Unterrichtsverständnis die Grundlage bildet für die Begriffe eines „Lernprozesses“ und demzufolge auch für die Beurteilungsbegriffe „formativ“ und „summativ“**. Es muss also zuerst einmal der zeitliche Bezugsrahmen für den Begriff eines „Lernprozesses“ geklärt werden. Die Ideen zur formativen und summativen Beurteilung in den beiden Werkzeugkisten beziehen sich auf ein Unterrichtsverständnis, in welchem ein **Lernprozess** sowohl ein einzelnes Thema, aber auch eine **Lerneinheit mit mehreren Themen** darstellt. Eine Lerneinheit dauert demnach mehrere Wochen und kann wie im Mathematiklehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ einen ganzen Themenblock behandeln wie beispielsweise Zahlraumerweiterungen, Operationen mit Zahlen, Orientierung im Raum usw. (siehe auch zentrale Inhalte im Lehrplan Seite 6/7 oder Tabelle im Grundlagentext Seite 10). In einer solchen Lerneinheit können auch Themen aus verschiedenen Kompetenzbereichen vorkommen, welche dann formativ und allenfalls auch summativ beurteilt werden. Der Förderkreislauf wird also in einer Lerneinheit mehrmals thematisch umlaufen, was in der obenstehenden Grafik mit der Julia-Spirale und ihren Seitenarmen symbolisiert werden soll. Im vorliegenden Unterrichtsverständnis hat die formative Beobachtung und die formative Beurteilung im Sinne der prozessorientierten unmittelbaren Förderung markant mehr Gewicht als die summative Beurteilung. In diesem förderorientierten Unterrichtsverständnis macht es deshalb Sinn, mehrere formative Elemente und nur ein oder zwei summative Beurteilungselemente in einer Lerneinheit einzusetzen. Entsprechend der vier beschriebenen **Lernphasen „Standortbestimmung“, „Lernplanung“, „Lernbegleitung“ und „Lernevaluation“** kommen unterschiedliche dem Lernprozess angepasste Beurteilungsideen zum Einsatz, die sich auf einzelne Themen oder mehrere Themen einer Lerneinheit beziehen können.

**Die formative Beobachtung und Beurteilung** richtet demnach den Fokus immer auf den laufenden Lernprozess, orientiert sich an Ressourcen der Lernenden und nicht an ihren Defiziten, zeigt den individuellen Lernstand auf, gibt Auskunft über zielorientierte Fortschritte, muss von der Anlage her förderorientiert sein und kann im Idealfall gleichzeitig die laufenden Lernprozesse als weiteres Übungsfeld unterstützen.

## Beurteilungsmomente und Standortbestimmungen

Die Beurteilung beginnt nicht erst am Schluss von Lernprozessen sondern am Anfang. Mindestens muss bereits in der Planungsphase zu einer Lerneinheit auch die Frage der Beurteilung und möglicher Beurteilungsformen reflektiert werden. **Entsprechend den verschiedenen Phasen eines Lernprozesses gibt es auch unterschiedliche Beurteilungsmomente und entsprechende Beobachtungs- und Beurteilungsinstrumente.** Am Anfang von Lernprozessen stehen Beobachtungen im Mittelpunkt und nicht zeugnisrelevante formative oder summative Beurteilungen. Dies wäre auch aus schulrechtlicher Sicht problematisch, da ja die eigentliche Lernzeit für die eingeplanten Themen und die entsprechenden Lernziele erst gerade anläuft. Umgekehrt kann es durchaus sein, dass einzelne Schülerinnen und Schüler bereits zu Beginn einer Lerneinheit zeigen, dass sie einzelne Lernziele und Kompetenzstufen allenfalls schon erreicht haben.

Im Mathematikunterricht sind **Standortbestimmungen als Grundlage für einen binnendifferenzierenden Unterricht zu Beginn einer Lerneinheit** wichtig. Eine Standortbestimmung besteht meistens aus einer offenen und fachlich reichhaltigen Aufgabe, welche die bevorstehenden Unterrichtsthemen beleuchtet. So kann in relativ kurzer Zeit eruiert werden, ob die Grundlagen für die Bearbeitung des Themas gegeben sind. Eine interessante Aufgabe als Einstieg in ein Thema kann auf der einen Seite die Schülerinnen und Schüler motivieren für kommende Unterrichtseinheiten. Auf der anderen Seite werden mit der gleichen Aufgabenanlage die **Vorkenntnisse in der Lerngruppe** sichtbar und die **Unterrichtsplanung** bzw. die Lektionsplanung („Feinplanung“ bzw. „Lernplanung“ in der oben abgebildeten Lernorganisation „Schlaumeier“) kann darauf abgestimmt werden. Neben bereits vorhandenen fachlichen Kenntnissen, Fähigkeiten und Vorstellungen werden auch Fehlvorstellungen oder mangelhaft ausgebildete Basiskompetenzen sichtbar, welche wichtige Hinweise geben können für die **Einplanung der notwendigen Lernzeiten, der Lernformen zur Binnendifferenzierung und der Einrichtung von individuellen Fördermassnahmen.** Letzteres ist besonders angezeigt, wenn für die zu bearbeitenden Themen wichtige Basiskompetenzen fehlen.

Ideen zu geeigneten Aufgaben für **Standortbestimmung am Anfang von Lernprozessen sind oft die einführenden Aufgaben in ein Themenfeld** bzw. in einen Themenblock im Lehrmittel. Bei der Behandlung von Zahlräumen und Rechenstrategien (zum „halbschriftlichen“ oder „notierenden Rechnen“) sind Standortbestimmungen sehr wichtig, da die bereits vorhandenen Denkwege und die mitgebrachten Strategien oder eben Denkfehler und nicht passende Strategien frühzeitig sichtbar und so korrigierbar werden. Dies sollte aber nicht schon in der Standortbestimmungsphase im Sinne einer Vorverbesserung vorgenommen werden, sondern erst im Lernprozess behandelt werden. Wichtig ist auch, dass Standortbestimmungen in einer guten Lernatmosphäre durchgeführt werden. Keinesfalls darf bei den Lernenden der Eindruck einer Prüfungssituation im Sinne einer Vorprüfung zum Thema entstehen. Der Leistungsdruck würde hier zu einer Verengung der Resultate führen, da die Schülerinnen und Schüler dann davon ausgehen, dass sie keine Fehler machen dürfen. Wie erwähnt stellen Standortbestimmungen auch keine eigentlichen Beurteilungsanlässe dar und dürfen für die zeugnisrelevante Gesamtbeurteilung nicht verwendet werden, da ja noch gar kein eigentlicher Lernprozess stattgefunden hat.

## Standortbestimmungen und Lernstandserfassungen

In der Mathematikdidaktik wird zwischen den oben beschriebenen Standortbestimmungen und Lernstandserfassungen unterschieden. **Standortbestimmung enthalten einzelne wenige offenen Aufgaben zur Einleitung einer Lerneinheit** und werden meistens mit der ganzen Klasse durchgeführt. **Lernstandserfassungen sind grössere Testanlagen und bestehen aus vielen eher geschlossenen Aufgaben zur genaueren Erfassung von zentralen Kompetenzen** insbesondere bei Schülerinnen und Schülern mit mathematischen Lernschwierigkeiten.

Grundlagen zur Idee von Standortbestimmungen

	<p><b>„Mit Kindern lernen – Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht“</b> (Aufgabenbeispiele und Abbildungen von Schülerdokumenten) Elmar Hengartner; Klett und Balmer Zug, 1999</p>
---	--

### Ideen zu Standortbestimmungen mit offenen Aufgaben im Mathematikunterricht:

- MaTHEMATik in der Umwelt: Formen und Zahlen im Schulhaus (er-blicken, be-obachten, ab-zeichnen, be-schreiben, er-zählen)
- Was kommt dir in den Sinn? (zeichne und schreibe auf Blätter oder auf Plakate)
  - zu 10, zu 100? Zu 1000? (Zahl & Variable – Zahlenräume)
  - zu «Brüchen» oder «Dezimalzahlen» (Zahl & Variable – Zahlenräume)
  - zu Formen / Körpern (Form & Raum – geometrische Vorstellungen)
  - zu Längen, Gewichten, Hohlmassen (Grössenvorstellungen)
- Zahlen oder Lieblingszahlen darstellen (frei zeichnen lassen oder Plättchendarstellungen legen und zeichnen lassen – ab 1. Schuljahr kardinale Zahlvorstellungen)
- 7, 25, 100, 1234, 12000 und 1 Million Häuschen ausmalen auf Millimeterpapier (ab 4. Schuljahr – kardinale Zahlvorstellungen)
- Zahlen auf einem Zahlenstrahl eintragen (Zahlenstrahl vorgeben und einzeichnen lassen oder alles selber zeichnen lassen - ab 1. Schuljahr – ordinale Zahlvorstellungen)
- Rechnungen, die 10; 20; 50; 100; 1000; 10'000; 1 Million; «1»; ..... geben erfinden (altersgemässe Resultate vorgeben ab 1. Schuljahr zur Zahlraumerweiterung oder zur Einführung von Operationen im bereits erweiterten Zahlenraum)
- Zahlenmauern erfinden (ab 1. Schuljahr in verschiedenen Zahlenräumen)
- Grössenvergleiche aufschreiben:  $1\text{ kg} = ?$ ;  $1\text{ m} = ?$ ;  $1\text{ l} = ?$ ; ..... (ab 4. Schuljahr frei oder mit Vorgaben z.B. zu Referenzgrössen)
- Wie viele Tage als bin ich? / Wie oft schlägt mein Herz in einem Jahr? (offene Sachfragen z.B. zu multiplikativen Situationen oder «Fermifragen»)
- Sachrechnungen erfinden und zeichnen (sortieren nach berechenbar? Unberechenbar? Einfach zu berechnen, schwierig zu berechnen, unberechenbar)

Die Beobachtung von Vorwissen, Vorstellungen und bereits vorhandenen Fähigkeiten soll auch in Standortbestimmungen kriterienbasiert vorgenommen werden. Hier können vereinfachte Items zur Beobachtung der in der Lerneinheit anvisierten Lernziele und Kompetenzen eingesetzt werden wie im untenstehenden Beispiel. Ebenso können auch allgemein die mathematischen Handlungskompetenzen aus dem Lehrplan 21 beobachtet werden.

Beispiel Standortbestimmung „Rechnungen, die 1000 geben“ 3. Klasse

**Beobachtungskriterien zur Aufgabe**

- ◆ Eingesetzte Operationen + - x :
- ◆ Anzahl Wertziffern (THZE)
- ◆ Korrektheit (auffällige Fehler)
- ◆ Zahlenraum-Verständnis
- ◆ Aufgabenmenge (Quantität)
- ◆ Strategisch entwickelte Aufgaben
- ◆ Strukturierte Aufgaben
- ◆ Komplexität der Aufgaben

**ALLGEMEIN:**

- Vielfalt und Originalität (persönliches Verständnis)
- Vorstellungen und Übersicht (systemisches Verständnis)
- Strategien und Fehlleistungen (operatives Verständnis)

Rechnungen, die 1000 geben 8.11.2000

199 + 1 = 1000  
 500 + 500 = 1000  
 188 + 11 = 100  
 2000 + 1000 = 1000  
 1000 + 0 = 1000  
 180 + 20 = 1000  
 190 + 10 = 1000  
 170 + 30 = 1000  
 160 + 40 = 1000  
 150 + 50 = 1000  
 140 + 60 = 1000  
 130 + 70 = 1000  
 120 + 80 = 1000  
 110 + 90 = 1000

Rechnungen, die 1000 geben 8.11.2000

2000 : 2 = 1000  
 308 + 601 = 1000  
 400 + 600 = 1000  
 500 + 500 = 1000  
 300 + 700 = 1000  
 200 + 800 = 1000  
 3000 : 3 = 1000  
 4000 : 4 = 1000  
 5000 : 5 = 1000  
 6000 : 6 = 1000  
 7000 : 7 = 1000  
 8000 : 8 = 1000  
 9000 : 9 = 1000  
 10000 : 10 = 1000  
 350 + 650 = 1000  
 1000 + 0 = 1000  
 0 + 1000 = 1000  
 1000 : 1 = 1000  
 1 : 1000 = 1000

999 + 1 = 1000  
 988 + 2 = 1000  
 997 + 3 = 1000  
 996 + 4 = 1000  
 995 + 5 = 1000  
 994 + 6 = 1000  
 993 + 7 = 1000  
 992 + 8 = 1000  
 991 + 9 = 1000  
 990 + 10 = 1000  
 989 + 11 = 1000  
 988 + 12 = 1000  
 987 + 13 = 1000  
 986 + 14 = 1000  
 985 + 15 = 1000  
 984 + 16 = 1000  
 983 + 17 = 1000  
 982 + 18 = 1000  
 981 + 19 = 1000



Weitere Ideen und Hinweise siehe ab Seite 18 im Grundlagenbuch:  
**„Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht“** von  
 Beate Sundermann und Christoph Selter; Cornelsen-Verlag 2013

**Lernstanderfassungen bei Schülerinnen und Schülern mit grösseren Lernschwierigkeiten** werden mit Vorteil am Anfang oder am Ende eines Schuljahres durchgeführt. So kann entsprechend den Erkenntnissen eine **gezielte längerfristige Förderplanung** erstellt werden. Für unterrichtsnahe Lernstandserfassungen sind im Lehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ die Aufgabensammlungen zum Grundwissen am Schluss des Arbeitsheftes gut geeignet (in der bisherigen Ausgabe zum „Schweizer Zahlenbuch 1-4“ auch „Teste dich selbst“ genannt). Ebenso können validierte Testanlagen wie „BESMath 1-3“ (Berner Screening zum Erfassen von Schülerinnen und Schülern mit schwachen Mathematikleistungen im 1. bis 3. Schuljahr) oder „BASIS-Math“ (Basisdiagnostik Mathematik für die Klassen 4-8) eingesetzt werden. Diese in relativ kurzer Zeit durchführbaren Screenings können dann allenfalls mit genaueren Lernstandserfassungen beispielsweise im heilpädagogischen Kommentar zum Lehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ ergänzt werden.

	<p><b>BESMath:</b> Screening zum Erfassen von Schülerinnen und Schülern mit schwachen Mathematikleistungen im 1. bis 3. Schuljahr: <a href="http://www.erz.be.ch">www.erz.be.ch</a>  <a href="http://www.erz.be.ch/erz/de/index/kindergarten_volksschule/kindergarten_volksschule/integration_und_besondermassnahmen/spezialunterricht/besmath.html">www.erz.be.ch/erz/de/index/kindergarten_volksschule/kindergarten_volksschule/integration_und_besondermassnahmen/spezialunterricht/besmath.html</a>          (kostenloser Download vom Server Erziehungsdepartement Kanton Bern)</p>
	<p><b>BASIS-MATH 4-8:</b> Basisdiagnostik Mathematik für die Klassen 4–8 (validierte Testanlage der Testzentrale Bern ausgearbeitet von verschiedenen Mathematikdidaktikerinnen und publiziert 2010): <a href="http://www.testzentrale.ch">www.testzentrale.ch</a>  <a href="http://www.testzentrale.ch/shop/basisdiagnostik-mathematik-fuer-die-klassen-4-8-87445.html">www.testzentrale.ch/shop/basisdiagnostik-mathematik-fuer-die-klassen-4-8-87445.html</a></p>
	<p><b>Heilpädagogische Kommentare zum „Schweizer Zahlenbuch“</b> mit Lernstandserfassungen und Hinweisen zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten; Klett und Balmer Verlag Zug</p>

Gerade Kinder mit Lernschwierigkeiten können oft in schriftlichen Testanlagen ihre wirklichen mathematischen Kompetenzen nicht richtig zeigen. Deshalb sind ergänzend zu Testanlagen oftmals **handlungsorientierte Gespräche** sinnvoll. Die Lernenden erklären in solchen Gesprächssituationen mündlich ihre Denkwege und stellen diese allenfalls auch mit Arbeitsmitteln oder Veranschaulichungen dar. Eine solche Gesprächssituation kann im laufenden Mathematikunterricht entstehen oder sie kann durch die Förderlehrperson in einem gezielt geführten Einzelgespräch durchgeführt werden. Gespräche zur Lernstandserfassung mit einem Leitfaden werden auch „**klinisches Interview**“ genannt. Anregungen dazu sind im oben genannten Buch „Mit Kindern lernen“ und in heilpädagogischen Kommentaren zum „Schweizer Zahlenbuch“ enthalten. Auf der Internetseite [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch) stehen ebenfalls Anregungen, Leitfäden und Auswertungstabellen zu klinischen Interviews zur Verfügung.

	<p><b>Beispiele für klinische Interviews</b> als individuelle Beurteilungsanlässe im Bereich von <b>Gesprächen</b> (blaue Beurteilungssäule und blaue Schrift auf den Beurteilungsplänen): <a href="http://www.zahlenbu.ch">www.zahlenbu.ch</a></p>
---	---

## Lernplanung: Lernziele klären und sichtbar machen

Mit dem kompetenzorientierten Lehrplan 21 gilt es **zwischen langfristig in den Bildungszyklen zu erarbeitenden Kompetenzen und kurzfristig in Lerneinheiten zu erreichenden Lernzielen zu unterscheiden**. Für einen zielorientierten Unterricht stellt sich zudem die Frage, wie Lernziele und Kompetenzen den Schülerinnen und Schülern bereits zu Beginn von Lerneinheiten sichtbar gemacht werden können, um ein selbstgesteuertes, zunehmend selbständiges Lernen zu fördern und eine transparente Beurteilung einzurichten

Zielebene	Zeithorizont	Referenzrahmen
Kompetenzen	Bildungszyklus	Lehrplan
Lernziele	Lektion, Thema	Lehrmittel

Eine Möglichkeit die Kompetenzen und Kompetenzstufen in einer Übersicht sichtbar zu machen sind sogenannte **Lernlandkarten**. Lernlandkarten dienen wie geografische Landkarten der Orientierung und hier nun im Sinne von Wanderkarten der Steuerung von Lernwegen. Sie können **als vereinfachte Form des Lehrplans** zur Unterrichtsvorbereitung, zur gezielten individuellen Förderplanung von Kindern mit Lernschwierigkeiten aber auch als Lernplanung für die Lernenden eingesetzt werden. Im Projekt „Lernatlas Mathematik Primarstufe“ des Institutes Weiterbildung und Beratung der PH FHNW wurden verschiedene Formen von Lernlandkarten, das unten abgebildete Lernlandschaftsbild und Anregungen zu Formen von Lernplänen entwickelt. Weitere Möglichkeiten sind „Themenleinen“ oder „Themenplakate“ auf welchen Kompetenzen und Lernziele zum behandelten Thema festgehalten sind oder „Checklisten“ auf welchen Kompetenzen und Lernziele für ein Quartal, ein Semester oder ein Schuljahr aufgelistet sind (siehe im Buch „Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht“ von Beate Sundermann und Christoph Selzer ab Seite 42).



Bei den **Lernlandkarten** steht eine **einfachere Version** mit dem **Kompetenzmodell** Mathematik aus dem Lehrplan 21 und eine **differenziertere Version** mit **Kompetenzzonen** zur Verfügung. In den Kommentaren zu den Lernlandkarten mit Kompetenzzonen sind auch Bezüge zu den Mathematiklehrmitteln „Schweizer Zahlenbuch“ und „Mathwelt 2“ aufgeführt: [www.schul-in.ch/lernatlas\\_mathematik\\_us\\_ms.cfm](http://www.schul-in.ch/lernatlas_mathematik_us_ms.cfm)

Auf der Internetseite [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch) stehen die Lernlandkarten mit Bezügen zum Lehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ und das Lernlandschaftsbild ebenfalls zum Download bereit. Zusätzlich können hier Übersichtspläne zum Aufbau von Basiskompetenzen mit dem „Schweizer Zahlenbuch“ und den entsprechenden didaktischen Arbeitsmitteln zum „Blitzrechnen“, „Rechenttraining“; „Sachrechnen im Kopf“; „Geometrie im Kopf“ heruntergeladen werden, welche insbesondere für die Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Lernschwierigkeiten geeignet sind. Im Aufbau von mathematischen Kompetenzen ist zwischen **„Basisstoff“ mit zentralen Aufgaben zur Verständnisbildung** und **„Basiskompetenzen“ mit Trainingsübungen zur Ausbildung von mathematischen Fertigkeiten** zu unterscheiden. [www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=103](http://www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=103)

Im neuen Mathematiklehrmittel „Mathwelt“ und in der Neuauflage „Schweizer Zahlenbuch“ werden zu jedem Thema auf A3-Übersichtsblättern die Bezüge zum Lehrplan mit den bearbeiteten Kompetenzen bzw. Kompetenzstufen und daraus abgeleiteten Lernzielen aufgelistet. Das Zürcher Lehrmittel „Mathematik Primarstufe“ arbeitet (noch) mit einer separaten Übersichtsmatrix für den Lehrplanbezug und setzt für die Lernzielformulierungen teilweise andere Begriffe als der Lehrplan ein. Dafür sind die Hauptziele eines Themas auch im Schulbuch oben auf der rechten Doppelseite stets abgebildet.

In der **Neuauflage des „Schweizer Zahlenbuch 2-6“** werden die Lernziele differenziert am Schluss des Arbeitsheftes für die Lernenden sichtbar gemacht. **Es wird zwischen den vom Lehrplan vorgegebenen Grundanforderungen (Ich kann...) und erweiterten Anforderungen (Zusätzlich kann ich...) unterschieden.** Den Lernzielformulierungen werden Bezüge zu den entsprechenden Aufgaben im Schulbuch zugeordnet, um die Lernziele zu illustrieren und verständlich zu machen. Zudem stehen vertiefende und weiterführende Aufgaben auf Arbeitsblättern auf den beiden Niveaustufen zur Verfügung. Diese Arbeitsblätter können zum direkten Download durch die Schülerinnen und Schüler selber individuell eingesetzt oder seitens der Lehrperson zur Individualisierung den Lernenden zugewiesen werden.

**Selbstbeurteilung**

**1 Natürliche Zahlen**

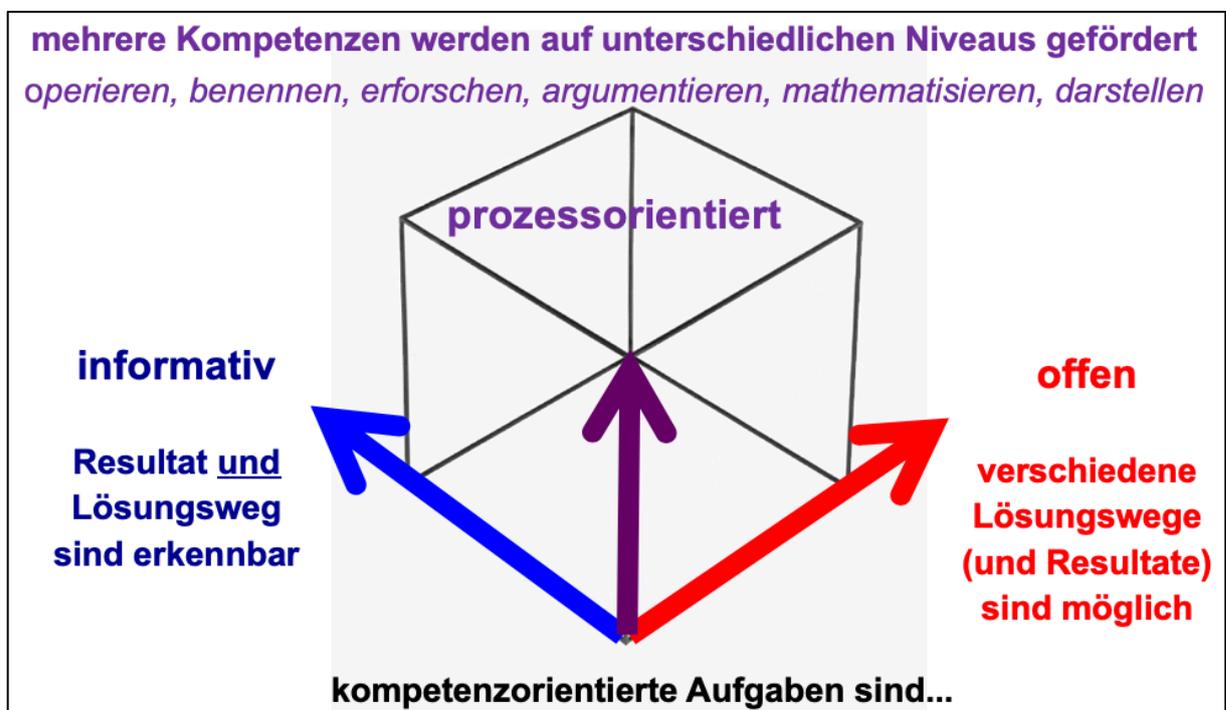
Ich kann ...	Zusätzlich kann ich ...
<input type="checkbox"/> Beispiele von grossen Zahlen im Alltag nennen. <b>SB 1</b>	<input type="checkbox"/> von Stufenzahlen subtrahieren. <b>SB 6</b>
<input type="checkbox"/> grosse Zahlen lesen und schreiben. <b>SB 2</b>	
<input type="checkbox"/> Zahlen auf Zehner-, Hunderter-, Tausenderzahlen ergänzen. <b>SB 5</b>	

Weitere Aufgaben für «Grundanforderungen» auf [www.meinklett.ch](http://www.meinklett.ch)

Weitere Aufgaben für «erweiterte Anforderungen» auf [www.meinklett.ch](http://www.meinklett.ch)

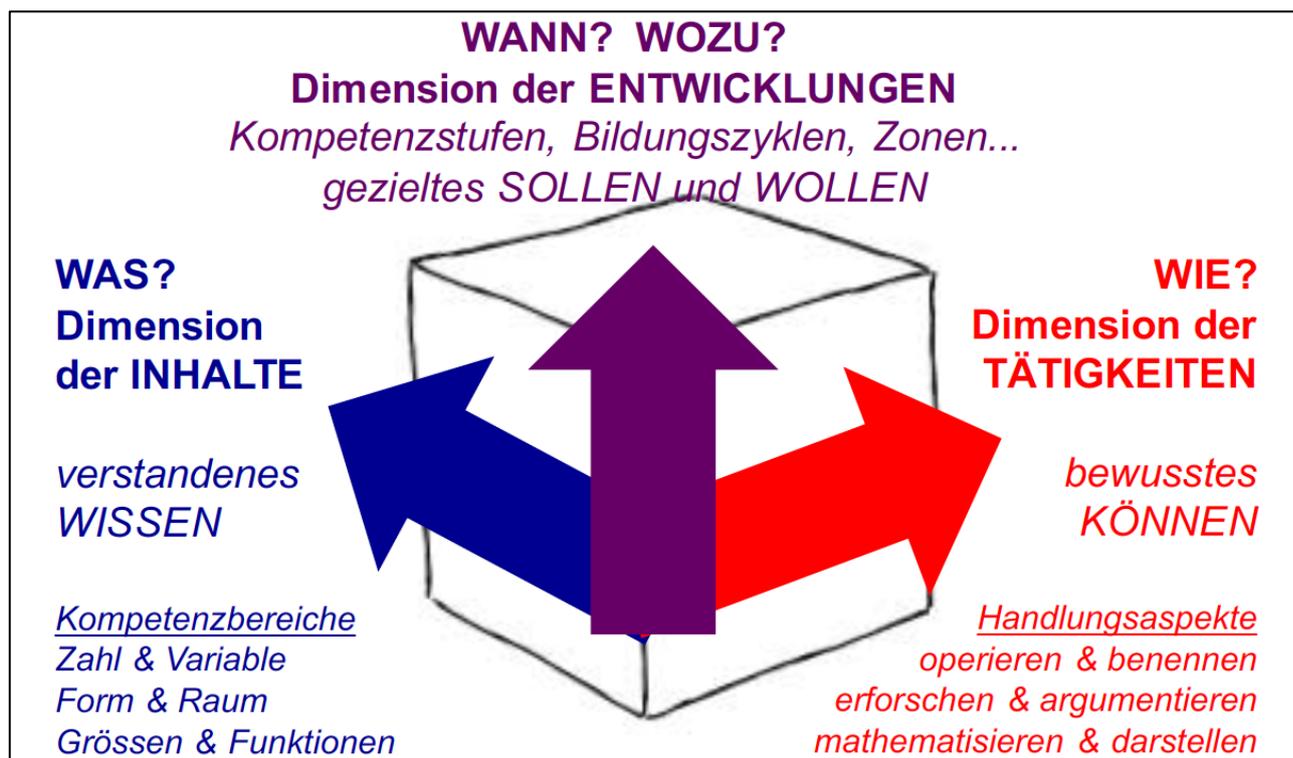
## Lernplanung: Aufgaben und Lernformen bestimmen

Für einen nachhaltigen Unterricht und ein kompetenzorientiertes Lernen spielt die passende Auswahl von Aufgaben und Lernformen eine entscheidende Rolle. Im Mathematikunterricht wird wie in anderen Fächern **zwischen offenen und geschlossenen Aufgaben unterschieden**. Diese Unterscheidung von Aufgaben ist nicht nur für das Lernen sondern auch für die Beurteilung von grosser Bedeutung. In der Mathematikdidaktik wird die Offenheit von Aufgaben noch etwas genauer beschrieben. Neben dem informativen Gehalt von festgehaltenen Lösungswegen und der Offenheit zu unterschiedlichen Lösungswegen ist die Prozessorientierung entscheidend. Lernprozesse werden intensiver und das Üben produktiver, wenn in der gleichen Aufgabenanlage verschiedene Handlungskompetenzen vernetzt zur Anwendung kommen. Der Lehrplan 21 fordert für eine kompetenzorientierte Beurteilung im Mathematikunterricht neben den bekannten Lernkontrollen und Tests (meist in Form von schriftlichen Prüfungen durchgeführt) den vermehrten **Einsatz von offenen fachlich reichhaltigen Aufgaben für eine kriterienbasierte qualitative Beurteilung** (siehe dazu auch im Buch „Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht“ von Beate Sundermann und Christoph Selter das Kapitel 5 „Gute Aufgaben einsetzen“ ab Seite 73).



Neben der Beurteilung des Verständnisses von inhaltlichem Wissen soll also auch angewandtes Können mit qualitativen Kriterien beobachtet und beurteilt werden. Insbesondere die mathematischen Handlungsaspekte „Erforschen und Argumentieren“ können in schriftlichen Prüfungen und Tests durch die meist eher geschlossenen Aufgabenstellungen nicht gut beurteilt werden. Auch der Handlungsaspekt „Mathematisieren und Darstellen“ kommt in dieser engen Beurteilungsform oft zu kurz, da diese meist am Schluss von Lernprozessen summativ den Handlungsaspekt „Operieren und Benennen“ fokussiert. Ergänzend zu dieser wichtigen eher summativen Beurteilungsform sind nun offene und fachlich reichhaltige Aufgaben gesucht, welche einerseits das Üben im Lernprozess produktiver machen und andererseits gleichzeitig auch Möglichkeiten einer formativen Beurteilung zulassen. Damit können

im Kompetenzmodell Mathematik des Lehrplan 21 in den drei Kompetenzbereichen auch die drei Handlungsaspekte beobachtet und beurteilt werden (siehe auch im Grundlagen-text „kompetenzorientiert beurteilen im Mathematikunterricht“ Seite 4 „Kompetenzorientierte Beurteilung im Lehrplan 21“ und Seite 9 „Kompetenzmodell Mathematik Lehrplan 21“).



Fachlich reichhaltige und offene Aufgaben sind in allen aktuellen Mathematiklehrmitteln enthalten dies aber in unterschiedlichem Masse. Im **Projekt „Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte“** wurden solche Aufgaben ausgewählt und angereichert, um im Mathematikunterricht eine **natürliche Differenzierung** umsetzen zu können, in welcher alle Lernenden am gleichen Thema aber auf unterschiedlichen fachlichen Niveaus arbeiten können. Diese spezielle fachliche Lernform fördert auch forschendes und sozial-dialogisches Lernen unter den Kindern, was in anderen Lernformen wie beispielsweise Planarbeit oft zu kurz kommt. Aus dem genannten Projekt sind zwei Bücher hervorgegangen mit „mathematischen Lernumgebungen“. Diese mathematischen Lernumgebungen eignen sich sehr gut als Grundlage für formative Beurteilungsanlässe und die abgebildeten Schülerdokumente geben Hinweise auf das mögliche Leistungsspektrum.

	<p>„<b>Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte</b> – natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht“ (Band 1 mit Lernumgebungen zu Zahl &amp; Variable (Arithmetik)          Elmar Hengartner, Ueli Hirt, Beat Wälti; 2006/2010; Klett &amp; Balmer Zug</p>
	<p>„<b>Lernumgebungen im Mathematikunterricht</b> - natürlich differenzieren für Rechenschwache bis Hochbegabte“ (Band 2 mit Lernumgebungen zu allen Kompetenzbereichen bzw. Fachgebieten)          UeliHirt, Beat Wälti; 2008; Kallmeyer/Klettverlag Seelze).</p>

# Ideen zur formativen Beobachtung im Mathematikunterricht

Für eine sinnvolle formative Beobachtung von mathematischen Kompetenzen während dem Lernprozess müssen wie oben beschrieben passende Aufgaben bestimmt und entsprechende Lern- und Sozialformen ausgewählt werden. Neben einer themenzentrierten Unterrichtsplanung sollte auch frühzeitig geplant werden, welche Beurteilungsanlässe in einer Lerneinheit stattfinden sollen. Dies geschieht mit Vorteil aber erst nach einer Standortbestimmung, welche die bereits vorhandenen Kompetenzen der Lernenden im Groben aufzeigen kann. Eine eigentliche Lernplanung bezieht dann auch die Schülerinnen und Schüler mit ein und macht diesen die Lernziele von Anfang an im Lernprozess sichtbar. Während formative Beurteilungsanlässe für die Lernenden ebenfalls transparent gemacht werden sollen und summative sowieso, können formative Beobachtungen im Unterricht auch spontan stattfinden und der Lehrperson für die weitere Lektionsplanung in der Klasse oder für individuelle Diagnosezwecke und Förderplanungen dienen. Formative Beobachtungen können so nach dieser Matrix unterschieden werden.

Beobachtungszeitpunkt	spontan	geplant
<b>Beobachtungsziel</b>		
<b>ungezielt</b> (offen)	Beliebige Lernprozesse frei beobachten: Was fällt mir auf? Was springt mich an?	Bestimmte Lernprozesse offen beobachten: Was fällt mir in bestimmten Lernsituation auf?
<b>gezielt</b> (kriterienbasiert)	Beliebige Lernprozesse zielorientiert beobachten: Was kommt vor?	Bestimmte Lernprozesse kriterienbasiert beobachten: Was kommt wann wie vor?

**Damit Beobachtungen sinnvoll und wirkungsorientiert durchgeführt werden können, müssen die Lern- und Denkwege der Schülerinnen und Schüler sichtbar werden.** So können wie oben erwähnt insbesondere **in reichhaltigen Aufgabenanlagen** verschiedene **fachliche Handlungsaspekte** aber auch **überfachliche Kompetenzen** (wie personale, soziale und in der Mathematik vor allem methodische Kompetenzen) beobachtet werden. Neben der Auswahl von geeigneten Aufgaben unterstützt auch das schriftliche Festhalten von Lern- und Denkwegen im Sinne eines Reise- oder Lerntagebuchs nach der Idee des dialogischen Lernens von Peter Gallin und Urs Ruf die Möglichkeiten zu formativen Beobachtungen während dem Lernprozess. Das Lernen sichtbar machen fordert auch Hattie in der Folge seiner Metastudien zu Fragen eines wirksamen Unterrichts. In der Mathematik können wie in anderen Fächern Lernspuren in unterschiedlichster Art und Weise festgehalten werden. Neben der für alle Lernenden anstrengenden und aufwändigen Form eines regelmässig und gezielt geführten Lerntagebuchs nach Peter Gallin und Urs Ruf gibt es auch einfachere Formen, die Denk- und Lernwege so festzuhalten, dass Lernspuren sichtbar bleiben. Nachfolgend werden einzelne Ideen zum Legen von Lernspuren im Mathematikunterricht vorgestellt.

## Lernspuren im Mathematikunterricht

Lernfortschritte werden beobachtbar und können vertieft werden, wenn Lernspuren während dem Lernprozess gelegt werden. Lernspuren im Sinne einer formativen **Prozessreflexion während dem Lernprozess** helfen dann auch im Rückblick auf Lernprozesse, wenn später zum Beispiel ein summativer Lernbericht zu einer Lerneinheit mit mehreren Themen verfasst wird. Damit wird auch das selbstgesteuerte Lernen und ein gezielter Kompetenzaufbau unterstützt. Lernspuren können im Mathematikunterricht in verschiedener Weise gelegt werden. Wichtig ist die zielorientierte Haltung der Lehrperson, dass es primär um das **Notieren von Denk- und Lernwegen** geht und deshalb nicht auch noch gleichzeitig als Schön- und Rechtschreibeübung gelten kann. Lernprozesse sind individuell und laufen oft auch schnell ab. Für die Lesbarkeit von Lernspuren müssen für die Schülerinnen und Schüler themen- und aufgabenbezogen angepasste und sinnvolle Formen gesucht werden.

Lernspuren können am einfachsten direkt in Mathematikheften hinterlassen werden, indem die Lernenden ihre Ideen, Gedanken und Lernschritte neben den Aufgabestellungen notieren oder aufzeichnen. Etwas strukturierter kann beispielsweise auch punktuell zu einzelnen Aufgaben im Mathematikheft eine Seitenhälfte für die Notation der Aufgabenstellung sowie der Lösungsschritte benutzt werden und die andere Seitenhälfte für das Aufzeichnen, Erklären und Begründen der persönlichen Denkwege im Sinne des Argumentierens. Da die Versprachlichung von eigenen Denk- und Lernwegen für viele Kinder relativ anspruchsvoll und aufwändig ist, sollte dies nicht zu oft verlangt und die Ansprüche nicht zu hoch angesetzt werden. Das auch für Aussenstehende verständliche und nachvollziehbare Darstellen und Aufzeichnungen von Denkprozessen muss über lange Zeit geübt werden. Es ist aber in der heutigen Zeit eine ganz wichtige Kompetenz, welche nicht nur im schulischen Kontext gefordert ist.

was ich rechne	was ich denke
$55 + 25 = 80$ $70 + 10 = 80$ $50 + 20$ ✓	Ich habe zuerst die Zehner gerechnet, und dann die einen. Weil ich so viel besser rechnen kann. Und weil ich sonst fast verzeifle.
$66 + 30 = 96$ $90 + 6 = 96$ $60 + 30$ $6 + 0$ ✓	

2. $66 + 30 = 96$ $66 + 10 + 10 + 10 = 96$ ✓	Bei diesen Rechnungen kann ich es sehr gut so mache ich zehle immer Zehn dazu.
---	--

aus der Umsetzungshilfe zum Lehrplan Mathematik Primarschule, Kanton Aargau, Departement Bildung, Kultur und Sport, Lehrmittelverlag; Martin Rothenbacher, 2001

**Anspruchsvollere Formen von reflexiven Lernspuren sind Lernjournale oder Reisetagebücher nach den Ideen des dialogischen Lernens von Peter Gallin und Urs Ruf.** Hier wird wie in einem Tagebuch der individuelle Lernprozess und der Austausch mit Kolleginnen und Kollegen zu einer fachlichen Frage oder einer Aufgabe festgehalten. Diese Versprachlichungen von persönlichen Lern- und Denkwegen ist nicht nur für die Lernenden aufwändig, sondern auch das Nachvollziehen der individuellen Gedankengänge für die Lehrperson. Eine Vereinfachung zur besseren Übersicht ist der Einbezug von zeichnerischen Darstellungen der Lernenden oder Vorgaben zur Journalform wie „Wochenrückschau“ oder „Lernrad“:

Journalbeitrag eines Drittklässlers im Projekt „Mathematik förderorientiert beurteilen“ (Beat Wälti und Martin Rothenbacher 2005-2010; siehe auch nachfolgend auf Seite 35)

Journalbeitrag einer Viertklässlerin (aus dem Buch „Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht“ von Beate Sundermann und Christoph Selter; 2013)

**Die Wochenrückschau**

Thema/Projekt: \_\_\_\_\_  
 Name: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

Diese Woche hatte ich mir vorgenommen, zu lernen ...	Ich habe gelernt ...
Am meisten hat mir gefallen ...	
Ich hätte gerne ...	Ich brauche jetzt ...
Als nächstes werde ich ...	

**Das Lernrad**

Lernen heißt etwas zu erwerben, was man vorher noch nicht gewusst oder beherrscht hat. Lernen heißt aber auch verstehen. Kein Mensch kann alles verstehen, aber jeder Mensch ist lernfähig. Dazu brauchen wir Hilfe. Das Lernrad soll dir dabei helfen, Lernprobleme zu analysieren und Lösungen für diese Probleme zu finden.

Name: \_\_\_\_\_ Klasse: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

Der Platz zwischen je zwei Speichen steht für eine Unterrichtsstunde (1 = erste Unterrichtsstunde). Trage zwischen den Speichen im inneren Kreis (Problemraum) ein, was du nicht verstanden hast. Schreibe in den äußeren Kreis (Lösungsraum), was (oder wen) du brauchst, damit du das Problem lösen kannst. Mache dasselbe für die folgenden Unterrichtsstunden (2, 3 usw.).

Die Lehrer/innen werden die Ergebnisse auswerten und mit dir gemeinsam darüber reden, welche Schritte sich daraus für die weitere Arbeit ergeben.

aus „Qualitätsentwicklung – Verfahren, Methoden, Instrumente“, Schratz/Iby/Radnitzky; Beltz-Verlag, Weinheim und Basel, 2000; Seite 133/134

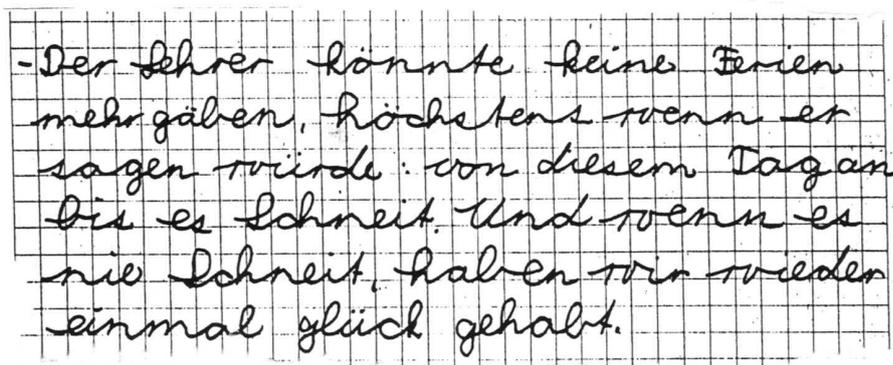
## Problemlösejournale und Forscherhefte

Das gezielte Fördern von Problemlösekompetenzen wird im Fach Mathematik schon sehr lange gefordert. Der Lehrplan 21 führt diese Fähigkeit neben Abstraktionsfähigkeit, Vorstellungsvermögen und rationalem Denken als allgemeines Bildungsziel des Fachs auf.

Die oben bereits genannten reichhaltigen Aufgabestellungen geben Impulse zu Problemlöseprozessen in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeiten. Im Lehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ eignen sich die sogenannten „Schwalbenaufgaben“ (in der bisherigen Ausgabe auch die „Igelaufgaben“) oft als Problemlöseaufgaben. Die Schüler halten ihren persönlichen Lernprozess (Problemanalysen, Lösefortschritte, Gedanken, Einsichten aus Besprechungen, weitere Fragestellungen usw.) zum gestellten Problem in Journalform fest.

Eine weitere Form kann das Führen eines Problemlösejournals oder eines Forscherheftes sein. Hier werden dann **verschiedene Probleme erforscht und Lösungen gesucht**. So können offene Frage gestellt werden, die auch in Lehrmitteln vorkommen (z.B. Wie viele Tage alt bin ich? Wie viele Sekunden hat ein Jahr? Wie schwer ist unser Schulhaus? Wie viel Wasser habe ich schon verbraucht in meinem Leben? ...). Eine solche Problemstellung kann dann auch über längere Zeit bearbeitet und beispielweise als „Problem der Woche“ gestellt werden, an dem im Laufe der Woche immer etwas weitergeforscht wird. Forschungsergebnisse werden im Problemlösejournal festgehalten und in „**Mathekonferenzen**“ in Gruppen oder in der Klasse ausgetauscht. Die Problemstellungen und die Formen der Forschungsarbeit müssen der Stufe und den Fähigkeiten der Lerngruppe angepasst sein. Die Arbeit mit Problemlösejournalen stellt an Schüler und Lehrperson besondere Anforderungen im Bereich der Methodenkompetenz bietet aber äusserst interessante Möglichkeiten zu einem intensiven und nachhaltigen Lernen in einem aktiv-entdeckenden und sozial-dialogischen Mathematikunterricht. Die nachfolgenden Beispiele zeigen Problemlösebearbeitungen zu Fragestellungen im Themenbereich Kalender und Zeit von Schülern einer 5. Klasse.

Problemstellung (vor Weihnachten): Stell dir vor, es gäbe keinen Kalender mehr!



-Der Lehrer könnte keine Ferien mehr geben, höchstens wenn er sagen würde: von diesem Tag an bis es schneit. Und wenn es nie schneit, haben wir wieder einmal Glück gehabt.

*Illustration zum Thema: "Problemlösejournal" (Eine Antwort von Stefan, 5. Klasse, zur Problemstellung: "Stell dir vor, es gäbe keinen Kalender")*

aus der Umsetzungshilfe zum Lehrplan Mathematik Primarschule, Kanton Aargau, Departement Bildung, Kultur und Sport, Lehrmittelverlag; Martin Rothenbacher, 2001

Problemstellung (Januar 2000): Sind wir seit dem 1.1.2000 schon im 3. Jahrtausend?

Habe ersten Gedanken zu den Fragen:

1. Nein, weil das Jahr 2000 auch ein Jahrtausend ist und von 1-1000 und von 1000-2000 sind <sup>es</sup> nur 2. Tausender.

<sup>1.</sup> Wir glauben dass wir im 2. Jahrtausend sind, weil das null kein Jahr ist.

Ein anderes Problem ist das mit dem Jahrtausend. Für mich ist das Problem gelöst. Nämlich sind wir ab dem 1.1. 2001 im 3. Jahrtausend. Weil wenn der im Jahr 0 geboren bist und ~~du~~ du ewig leben könntest, und schon 2000 Jahre alt bist, bist du in deinem 2001 Lebensjahr, das ~~heißt~~ heißt, im Jahr 2001 um 0 Uhr fängt das 3. ~~Jahrtausend~~ Jahrtausend an.

1. Von mir aus gesehen nicht, weil ein Jahrtausend für mich 1000 Jahre sind. Andererseits könnten die Jahre vor 1-1000 auch wieder zählen dann wären wir im 3. Jahrtausend. Das wir nicht im 3. Jahrtausend sind glaube ich zu 75% und das wir es sind zu 25%.

Schüler-Beispiele: Problemlösejournale zur Jahrtausendfrage: "Sind wir seit dem 1.1.2000 schon im 3. Jahrtausend?"

(von Nicole, Linus, David und Alexander, 5. Klasse des Autors 1999/2000)

Unterlagen aus dem Unterricht von Martin Rothenbacher  
Projekt Umsetzungshilfen zum Lehrplan Mathematik Primarschule, Kanton Aargau; 2001

Ein Autorenteam der PH Bern stellt zur Unterstützung der Einführung des Lehrplan 21 für das Fach Mathematik **reichhaltige Aufgaben** vor. Für den Zyklus 1 wird exemplarisch auf Umsetzungsmöglichkeiten von Aufgabenbeispiele aus dem „Schweizer Zahlenbuch 1 und 2“ hingewiesen. Für den Zyklus 2 werden ebenfalls reichhaltige Aufgaben im „Schweizer Zahlenbuch 3-6“ aufgelistet. Zusätzlich stehen hier weiterhin die früheren Problemlöseaufgaben zur Verfügung. Für jedes Schuljahr werden sechs Forscheraufträge angeboten, die **in Form von Arbeitsblättern** heruntergeladen werden können. Eine **formative Beurteilung** dieser Forscheraufträge kann auf der Grundlage der in der jeweiligen Übersicht zum Schuljahr aufgeführten grundlegenden und erweiterten Lernziele **durch einfache Wortprädikate (wie ungenügend, genügend, gut, sehr gut)** vorgenommen werden. Noten sind für die Bewertung der einzelnen Forscheraufträge ungeeignet, da zu wenig Daten für die Anwendung der Notenskala vorliegen. Hingegen kann für die Bearbeitung mehrerer Forscheraufträge oder für ein ganzes Forscherheft allenfalls eine Note gesetzt werden. In jedem Fall kann die Bearbeitung von mehreren reichhaltigen Aufgaben in die zeugnisrelevante Gesamtbeurteilung einfließen. Wertvoll für das weitere Lernen sind insbesondere **kurze schriftliche oder mündliche Rückmeldungen der Lehrperson zur Bearbeitung von Forscheraufgaben, die eher ermutigen** sollen. Deshalb sollen in solchen ja auch anspruchsvollen Aufgaben primär sichtbare Stärken aufgezeigt werden. Selbstverständlich kann aber auch auf Schwachstellen und insbesondere auf Entwicklungsmöglichkeiten im forschenden Lernen hingewiesen werden.

Forscheraufträge:  
**Übersicht – 3.-Klasse** Name: .....

Aufgabe	Inhalt	Ziele
<b>1</b> Addition und Subtraktion	Additions- und Subtraktionsaufgaben bis 100 lösen.	Ich kann ... ... Das Vorgehen richtig anwenden ... Additions- und Subtraktionsaufgaben richtig ausführen ... mindestens zwei Auffälligkeiten beschreiben Zusätzlich kann ich... ... grosse Anzahl Aufgaben produzieren ... mehrere Auffälligkeiten beschreiben ... Strukturen und Zusammenhänge erkennen (z.B. Zusammenhang zw. der Zahl des Zwischenergebnisses und der Startziffern, Zahlen der Neunerreihe als Zwischenergebnis).
<b>2</b> Multiplikation und Division	Teiler und Vielfache einer Zahl finden. Rechenkette bilden.	Ich kann ... ... Eine Rechenkette mit einfacheren Divisionen und Multiplikationen (kleines $1 \times 1$ und Umkehrung) finden Zusätzlich kann ich... ... in der Rechenkette anspruchsvollere Rechnungen einbauen (z.B. $75:5=15$ ; $3 \text{ mal } 27=81$ ) ... die Rechenkette optimieren ... lange Rechenkette bilden
<b>3</b> Geld	Mit vier verschiedenen Noten Geldbeträge bilden.	Ich kann ... ... verschiedene Lösungen durch Probieren finden ... Notenwerte kennen und richtig zusammenzählen ... den kleinsten und grössten Geldbetrag bilden Zusätzlich kann ich... ... viele oder alle Lösungen finden ... systematisch vorgehen
<b>4</b> Stellentafel	Mit drei Plättchen Zahlen an der Stellentafel bilden.	Ich kann ... ... durch Probieren mehrere Lösungen finden ... Differenzen richtig berechnen Zusätzlich kann ich... ... systematisch probieren ... alle Lösungen finden ... Die Lösung zügig erarbeiten ... Regelmässigkeit beim Berechnen der Unterschiede beschreiben ... Das Vorgehen mit anderer Anzahl Plättchen wiederholen
<b>5</b> Die kleinste Zahl	Mit sechs Zahlen eine Rechenkette bilden, bestehend aus den vier Grundoperationen und mit einem möglichst kleinen Schlussergebnis.	Ich kann ... ... das Vorgehen richtig anwenden ... mehrere Versuche durchführen ... fehlerfrei rechnen Zusätzlich kann ich... ... Lösungen nahe bei 0 finden ... gefundene Lösungen optimieren
<b>6</b> Brüche: Pizza	Pizzas auf Anzahl Kinder verteilen. Zu einer Rechenaufgabe eine passende Situation finden.	Ich kann ... ... die Aufgabe zeichnerisch oder handelnd (Kreisvorlagen) angehen ... Lösungsansätze finden Zusätzlich kann ich... ... Lösungen finden ... meine Überlegungen erklären, beschreiben ... eine nachvollziehbarere Lösung finden

MATH Umsetzungshilfen zum Lehrplan 21 der Lehrplan- und Lehrmittalkommission des Kantons Bern  
Zusatzmaterialien Zyklus 2

**Titel:** Forscheraufträge 3.-Klasse - Übersicht  
**Autoren/Autor:** Philippe Sadi  
**Version:** 1  
**Datum:** 010119

Forscheraufträge:  
**Übersicht – 6.-Klasse** Name: .....

Aufgabe	Inhalt	Ziele
<b>1</b> Dezimalzahlen	Mit Plättchen an der Stellentafel Zahlen darstellen und Differenzen berechnen.	Ich kann... ... durch Probieren mehrere Lösungen finden ... Differenzen richtig berechnen Zusätzlich kann ich... ... viele oder alle Möglichkeiten finden ... systematisch, operativ probieren ... Regelmässigkeiten bezüglich der Differenzen erkennen und beschreiben
<b>2</b> Zahlenmauern	Zahlenmauern verändern und berechnen.	Ich kann... ... durch Probieren Lösungsansätze finden ... Zahlenmauern richtig berechnen Zusätzlich kann ich... ... systematisch, operativ probieren ... Verschiedene Lösungen finden ... Lösungen zügig erarbeiten
<b>3</b> Bruchteile	Bruchteile von Bruchteilen zeichnerisch darstellen und vergleichen.	Ich kann... ... Bruchteile zeichnerisch darstellen ... Lösungsansätze finden Zusätzlich kann ich... ... verschiedene Darstellungen finden ... Vergleiche beschreiben ... Zusammenhang verallgemeinern
<b>4</b> Zug fahren	Zu Sachinformationen sinnvolle Rechenaufgaben erfinden und berechnen.	Ich kann... ... mindestens eine Sachaufgabe finden und richtig berechnen ... Aufgaben sind in einem Schritt lösbar Zusätzlich kann ich... ... verschiedenartige Sachaufgaben erfinden ... Sachaufgaben mit mehreren Bearbeitungsschritten finden ... eigene Angaben und Überlegungen in die Aufgabe einbauen
<b>5</b> Würfelgebäude	Gesetzmässigkeiten einer Folge von Würfelgebäuden beschreiben, Struktur erkennen und fortsetzen.	Ich kann... ... Gesetzmässigkeit erfassen (Tabelle) ... evtl. durch Nachbauen Anzahl Würfel bestimmen Zusätzlich kann ich... ... aufgrund der Beschreibung ein passendes Würfelgebäude auf Punktpapier zeichnen.
<b>6</b> Quadrate auf der Hundertertafel	Summen und Produkte von Quadraten auf der Hundertertafel berechnen und Strukturen begründen.	Ich kann... ... Summen und Produkte richtig berechnen ... mehrere Beispiele berechnen ... Muster erkennen und beschreiben Zusätzlich kann ich... ... Zusammenhänge erkennen ... Strukturen begründen, Vermutungen aufschreiben ... die Aufgabe zügig und richtig bearbeiten

MATH Umsetzungshilfen zum Lehrplan 21 der Lehrplan- und Lehrmittalkommission des Kantons Bern  
Zusatzmaterialien Zyklus 2

**Titel:** Forscheraufträge 6.-Klasse - Übersicht  
**Autoren/Autor:** Philippe Sadi  
**Version:** 1  
**Datum:** 010119

Übersichten zu den Forscheraufträgen des Autorenteam der PH Bern (Philippe Sadi)  
Umsetzungshilfen zum Lehrplan 21: [www.faechernet21.erz.be.ch](http://www.faechernet21.erz.be.ch)

**Forscherauftrag:**  
**Addition und Subtraktion**

Name: .....

1. Wähle zwei Ziffernkarten aus.

0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

Bilde die grössere Zahl. 52  
 Subtrahiere von der grösseren Zahl die kleinere.  $52 - 25 = 27$   
 Addiere zum Ergebnis die Umkehrzahl.  $27 + 25 = 52$   
 Verfahre ebenso mit eigenen Zahlen.

MATH Umsetzungshilfen zum Lehrplan 21  
des Lernplan- und Lehrmittelausschusses  
des Kantons Bern  
Zusatzmaterialien Zyklus 2

**Titel:** Forscherauftrag 3.1: Addition und Subtraktion  
**Autoren/Autor:** Philippe Sasdi  
**Version:** 1  
**Datum:** 01/11/19

**Titel:** Forscherauftrag 3.1: Addition und Subtraktion  
**Autoren/Autor:** Philippe Sasdi  
**Version:** 1  
**Datum:** 01/11/19

2. Was fällt dir auf?

3. Welche Zahlen erhältst du jeweils im Zwischenergebnis?

4. Welche Zahlen führen zum gleichen Zwischenergebnis?

MATH Umsetzungshilfen zum Lehrplan 21  
des Lernplan- und Lehrmittelausschusses  
des Kantons Bern  
Zusatzmaterialien Zyklus 2

**Titel:** Forscherauftrag 3.1: Addition und Subtraktion  
**Autoren/Autor:** Philippe Sasdi  
**Version:** 1  
**Datum:** 01/11/19

**Titel:** Forscherauftrag 3.1: Addition und Subtraktion  
**Autoren/Autor:** Philippe Sasdi  
**Version:** 1  
**Datum:** 01/11/19

Beispiel eines Forscherauftrages des Autorenteam der PH Bern (Philippe Sasdi)  
 Umsetzungshilfen zum Lehrplan 21: [www.faechernet21.erz.be.ch](http://www.faechernet21.erz.be.ch)

Solche Forscheraufgaben eignen sich auch zu **Selbsteinschätzungen durch die Schülerinnen und Schüler**. Dabei können beispielsweise die **Ampelkriterien** zum Einsatz kommen:

	Lernziel noch nicht erreicht: das verstehe ich nicht - da habe ich grosse Probleme - ich bleibe stehen > ich brauche unbedingt Unterstützung und Hilfe!
	Lernziel knapp erreicht: das verstehe ich teilweise - da habe ich einzelne Probleme - ich bin unsicher > ich brauche mehr Zeit oder Unterstützung!
	Lernziel erreicht: das verstehe ich gut - das geht problemlos - das kann ich gut > ich kann weiterfahren!

Es kann sinnvoll sein **zwischen der Leistungsebene**, die mit Ampeln beurteilt werden kann **und der eher emotionalen und motivationalen Ebene** zu **unterscheiden**. Diese können die Schülerinnen und Schüler dann mit Smileys beurteilen und damit ausdrücken, wie ihnen die Aufgabe gefallen hat. Dies zeigt auch auf, wie das Verhältnis zwischen Motivation und Leistung vom Lernenden selber bezeichnet wird. Daraus lassen sich auch Fördermassnahmen ableiten, weil gerade bei Kindern Motivation und Leistung nicht immer korreliert.

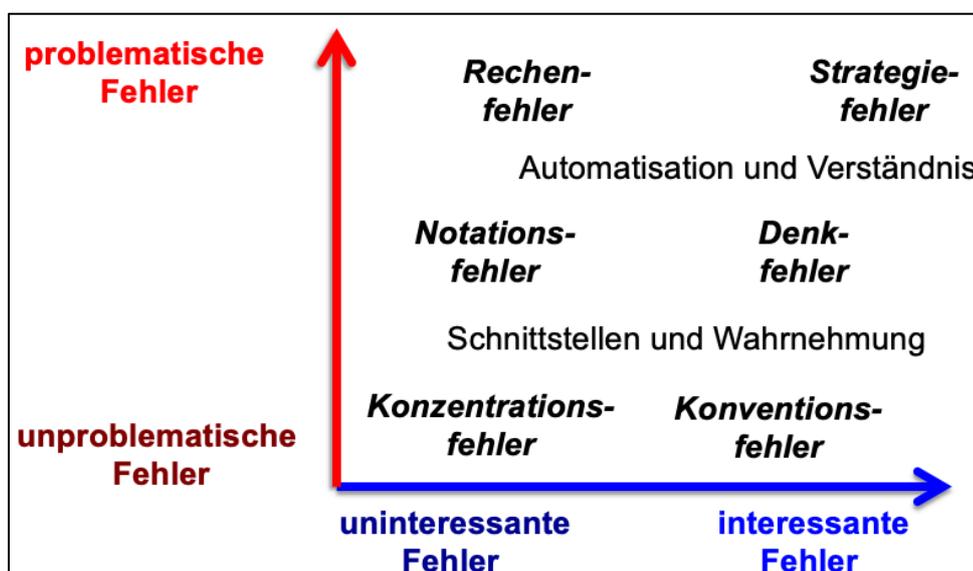
	Das habe ich gern gemacht! Ich hatte Freude daran!
	Das habe ich einfach gemacht! Ich kann nicht sagen, ob ich Freude daran hatte!
	Das habe ich nicht gern gemacht! Ich hatte keine Freude daran!

## Fehlerkult und Fehlerkultur

Eine der grössten Schwierigkeiten im „Beurteilungsgeschäft“ ist **der kulturelle und kultivierte Umgang mit dem Fehler**. In Forschung und Technik, aber auch im biologischen Leben und in unserem Alltag ist der Fehler **sowohl Erkenntnisgrundlage für weitere oder andere Entwicklungen als auch Ursache für Katastrophe oder Unfall**. Dieses grundlegende kulturelle Dilemma wird in unserer Schulkultur insbesondere im Mathematikunterricht durch akribische Fehlersuche und Selektion aufgrund von Fehlersummation in schriftlichen Prüfungen noch verstärkt. Während es am Schluss von Lernprozessen in summativen Beurteilungen darum geht, vor allem auch fachlich korrekte Aufgabenlösungen zu zeigen, **so ist es während dem Lernprozess entscheidend für ein verständnisorientiertes Lernen Fehlleistungen zuzulassen und als Lernquelle zu nutzen**. Viele Schülerinnen und Schüler versuchen aber insbesondere im Fach Mathematik Fehler zu vermeiden oder zu vertuschen, um keine Schwächen zu zeigen. Auch Eltern gehen mit Fehlleistungen ihrer Kinder im mathematischen Lernen oft nicht produktiv um, sondern entwickeln manchmal Vorurteile im Bereich der Intelligenz ihres Kindes. Die Intelligenz ist natürlich auch wichtig im mathematischen Lernen aber meistens nach der Motivation zweitrangig. Intelligenz kann durch motiviertes Lernen gesteigert werden. Umgekehrt wird eine länger andauernde Demotivation, die oft durch einen problematischen Umgang mit Fehlleistungen entsteht auch dazu führen, dass Intelligenzpotentiale verborgen bleiben oder Intelligenzen sogar abgebaut werden. Ein produktiver und sinnvoller Umgang mit Fehlleistungen im Mathematikunterricht ist also entscheidend für die Ausbildung von mathematischen Kompetenzen. Insbesondere **der Aufbau von** fachlichen Begriffen und dem entsprechenden Verständnis in dieser abstrakten und formalen **Fachsprache führt nur über die Bildung von eigenem Begreifen in der Alltags- und Schulsprache**. Dies braucht auch für einfache mathematische Kernideen oft Jahre oder auch Jahrzehnte für ein vertieftes und vernetztes mathematisches Verständnis, welches dann auch angewendet und transferiert werden kann. In dieser auch sprachlichen Entwicklung sind erkannte und benannte Fehlleistungen von grösster Bedeutung. **Im schulischen Lernen wird zu oft von der „fertigen Mathematik“ und den korrekten Fachbegriffen ausgegangen und die persönliche Sprachentwicklung der Lernenden vernachlässigt. Dies führt zu auswendig gelernten unverstandenen Begriffen, auf welchen weiterführende mathematische Ideen nicht aufgebaut werden können**. Ebenso problematisch ist die Fokussierung auf richtige und falsche Resultate. Gerade auf der Primarstufe gibt es viele mathematische Grundideen, in denen der Lernweg mindestens so wichtig ist im Sinne von Denkstrategien wie korrekte Resultate. Und oft stecken in einem Lösungsweg viele richtige oder grundsätzliche sinnvolle logische Gedanken eines Kindes und eine kleine Fehlleistung führt dann zu einem falschen Schlussresultat. Die klare mathematische Sprache mit eindeutigen Aussagen bietet sich geradezu an, Fehler zu suchen, zu addieren und als objektive Leistungsangaben darzustellen. Dies mag in summativ abschliessenden Beurteilungen noch sinnvoll sein. In formativen Beobachtungen und Beurteilungen ist es nicht konstruktiv für den laufenden Lernprozess. **Es gilt also Abstand vom Fehlerkult zu nehmen und zu einer förderorientierten Fehlerkultur zu gelangen**. Dies kann geschehen durch das Erzählen von Fehlleistungen durch die Lehrpersonen und die Lernenden. Das Eingestehen von Fehlern seitens der Lehrpersonen oder auch das Zugeben von „Nichtwissen“ ist im Sinne der Vorbildwirkung wichtig. Lernende sollen im Schulalltag erkennen können, dass Fehler auch nützlich sein können, um etwas aus ihnen zu lernen.

## Fehleranalyse – Fehlerdiagnose - Fehlertagebuch

Wenn mit Fehlern bewusst und differenziert umgegangen wird, dann verliert die Fehlleistung ihre lernblockierende Wirkung und gleichzeitig wird die Problematik des Auslachsens unter den Schülern entschärft. Ein bewussteres Verhältnis zu eigenen Fehlleistungen ist aber nicht nur in Bereichen der Lernmotivation, der Sozial- und Selbstkompetenzen wichtig, sondern auch fachlich und lerntechnisch. In mathematischen Denk- und Lernprozessen können vielerlei Fehlerquellen die Ursache für Lernschwierigkeiten oder mathematische Verständnisprobleme sein. So können allgemeine Voraussetzungen in Wahrnehmungsbereichen fehlen und Basisfunktionen beeinträchtigen. In der Folge kann ein Schüler eventuell kein Vorstellungsvermögen zu Zahlen, Formen, Räumen, Grössen und Sachsituationen entwickeln, was schwerwiegende Konsequenzen in den Handlungsaspekten Operieren, Benennen, Erforschen, Argumentieren, Mathematisieren und Darstellen haben und zu Verständnis- und Umsetzungsfehlern führen kann. **Die Analyse von Fehlleistungen ist für eine förderorientierte Beurteilung von mathematischen Fähigkeiten sehr wichtig.** Die gezielte Beobachtung von Fehlern und entsprechende Förderhinweise im Sinne einer ganzheitlichen Förderdiagnose ermöglichen dann auch eine gezielte Beratung und eine wirksame Lernunterstützung. **Dabei sind Fehlerarten zu differenzieren.** Aus Fehlleistungen im Bereich von falschen oder mangelhaften Vorstellungen und folglich falschen Denkstrategien im Sinne von Irrwegen kann mehr gelernt werden als aus Flüchtigkeitsfehlern, welche wegen mangelhafter Konzentration entstanden sind. Unterstützung zur Analyse von Fehlern kann die untenstehende Grafik und im Detail die Lehrerkommentare zu den Lehrmitteln sowie insbesondere die heilpädagogischen Kommentare zum „Schweizer Zahlenbuch“ bieten.



Sinnvolle Instrumente zur Fehleranalyse und bewussten zum Lernen aus Fehlern für die Schülerinnen und Schüler bieten neben dem bereits erwähnten Legen von Lernspuren in Mathematikheften, Problemlösejournalen, Lerntagebüchern, Forscherheften usw. **gezielte Bearbeitungen von Fehlerbeispielen** in der Klasse, das zeitweise Führen eines speziellen Fehlertagebuchs (siehe nachfolgende Vorlage) oder von „Fehlerplakaten“, auf welchen die Lernenden freiwillig ihre Fehler und Lerneinsichten notieren. In Klassen mit hoher Sozialkompetenz können in Partner-, Gruppen- oder Klassengesprächen „die besten Fehler der Woche“ beschrieben und besprochen werden. Wichtig ist dabei, dass hervorgehoben wird, was man aus Fehlern lernen kann.

# Fehlertagebuch



Liebe Schülerin, lieber Schüler

In diesem Heft geht es um das Thema „Fehler“. Wir wollen schauen, welche Fehler interessant sind, und was man aus ihnen lernen kann. Du berichtest über Fehler, welche dir passiert sind, und was du dazu denkst.

Auf der linken Heftseite beschreibst du eine Fehlersituation. Trage jeweils zuerst den Wochentag, das Datum, das Unterrichtsfach und das Thema ein. Dann beschreibst du möglichst genau, was passiert ist, wie der Fehler entstanden ist. Schreibe auch auf, was andere Personen (zum Beispiel Klassenkameradinnen und Klassenkameraden, Lehrpersonen oder Eltern) gemacht und gesagt haben, wenn es für die Fehlersituation wichtig ist. Du darfst auch Skizzen und Zeichnungen machen zur Erklärung.

Auf der rechten Heftseite schreibst du auf, was du gedacht und gefühlt hast in und nach der Fehlersituation. Beschreibe, wie es dir bei diesem Fehler ergangen ist. Halte dann auch fest, ob der Fehler interessant ist, um etwas daraus zu lernen. Schreibe (vielleicht auch einige Zeit später) auf, ob du etwas aus dem beschriebenen Fehler gelernt hast und was genau. Du darfst auch auf der rechten Heftseite Skizzen und Zeichnungen machen zur Erklärung. Wenn du nach einiger Zeit in deinem Fehlertagebuch einzelne Fehlersituationen nachliest, darfst du die rechte Seite mit neuen Gedanken und Einsichten ergänzen. Schreibe dann immer das Datum des Eintrags dazu.

Alles klar? Also, jede Woche mindestens 1 Fehlereintrag.  
Wir wünschen uns viele interessante Fehler!

Unterlagen aus dem Unterricht von Martin Rothenbacher  
Projekt Umsetzungshilfen zum Lehrplan Mathematik Primarschule, Kanton Aargau; 2001  
(Comic aus „Schnipselbuch, die neue Schulpraxis spezial“)

## Entwickeln einer Gesprächskultur: Mathekonferenzen und Sozialformen

In schriftlichen Prüfungen werden primär operative Fähigkeiten in der Bewältigung von Aufgaben beurteilt. Die in den kantonalen Laufbahn- und Promotionsverordnungen auch geforderte Beurteilung von mündlichen Leistungen werden im Mathematikunterricht kaum umgesetzt oder dann wieder mit operativen mündlichen Fähigkeiten beispielsweise im Kopfrechnen. Manchmal wird das mündliche Engagement in der Unterrichtsmitarbeit beurteilt, was aber nicht unbedingt mit fachlichen mündlichen Fähigkeiten wie beispielsweise dem Argumentieren oder auch Erklären und Erläutern bzw. mündlichen Darstellen eines mathematischen Sachverhalts zu tun hat. Neben den eher summativen Möglichkeiten von fachlichen Vorträgen zu mathematischen Themen sind also auch formative Formen zur Beurteilung von mündlichen Beiträgen während dem Lernprozess gesucht. Auch hier bieten sich die bereits genannten reichhaltigen Aufgaben und ein **gemeinsames Forschen und Problemlösen in Partner- und Gruppenarbeiten** an. Entdeckungen gelingen meistens in gemeinschaftlicher Forschungsarbeit besser. Zwar kann auch ein Einzelner forschen und entdecken, meistens aber ist ein Dialog sinnvoll und bringt die Arbeit voran. So können sich die Schülerinnen und Schüler untereinander auch beraten, andere Perspektiven überlegen, fremde und eigene Einsichten vergleichen, Erkenntnisse in fachlichen Gesprächen formulieren und so ein gewonnenes Verständnis nachhaltig sichern. **Solche Forschungs- und Lerngespräche bieten nebenbei auch gute Möglichkeiten, allgemeine fächerübergreifende personale, soziale und methodische Kompetenzen und mathematische Handlungsaspekte zu beobachten.** Gezielte Beobachtungen sind insbesondere in sogenannten „Mathekonferenzen“ gut möglich, in welchen in der ganzen Klasse oder in Gruppen mathematische Problemstellungen erörtert, Denkwege und Entdeckungen präsentiert, aber auch Lernerfahrungen und Lernerlebnisse ausgetauscht werden können.

Die Einrichtung von anderen sozialen Gesprächsgefässen wie beispielsweise „Klassenrat“ oder „Schülerrat“ fördert und beeinflusst natürlich auch die Entwicklung einer guten Gesprächskultur in der mathematischen Forschungsarbeit. Wie in diesen Gesprächsgefässen müssen auch „Mathekonferenzen“ gut strukturiert und angeleitet werden. Das Fördern einer guten Gesprächskultur stellt hohe methodische und erzieherische Anforderungen an die Lernenden und an die Lehrpersonen. Gesprächsregeln, Formen der Aufgabenerklärung, das Vorstellen und Diskutieren von Lösungsvorschlägen und allenfalls das Beurteilen von Lösungen muss über längere Zeit schrittweise und geduldig aufgebaut werden.

### Mögliche Struktur einer „Mathekonferenz“:

- 1) Vorstellen der bearbeiteten Aufgabe oder Problemstellung
- 2) Klären von Rückfragen zur Aufgabenstellung
- 3) Darstellen und Erklären der Lösungsansätze und Vorgehensweise
- 4) Präsentation der gefundenen Lösungen
- 5) Argumentation durch Darstellung und Begründung der Denkwege
- 6) Diskussion von Fragestellungen und Austausch zur Lösung im Plenum
- 7) Evtl. Reflexion zum Vorgehen
- 8) Evtl. kriterienbasierte Selbstbeurteilung und Fremdbeurteilung der Lösungsqualität und/oder des fachbezogenen Vortragens

## Allgemeine Kriterienraster zu formativen Beobachtungen im Mathematikunterricht

In der Umsetzung der oben genannten Unterrichtsbeispiele können nun schriftliche und mündliche Leistungen der Lernenden gezielt also kriterienbasiert beobachtet werden. Dies kann geplant in einem bestimmten Unterrichts Anlass für alle Schülerinnen und Schüler gleichzeitig oder spontan und sporadisch in verschiedenen Unterrichtssituationen erfolgen. Entsprechend können dann auch die Beobachtungsraster gestaltet werden. **Die nachfolgenden Kriterienlisten wurden aus dem Lehrplan 21 Mathematik aus den didaktischen Hinweisen und aus den Handlungsaspekten abgeleitet. Daraus muss eine Auswahl getroffen werden, da nur wenige Kriterien gleichzeitig beobachtet werden können. Zur Herstellung von eigenen angepassten Kriterienrastern steht ein Worddokument mit Vorlagen auf [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch) zur Verfügung (Unterlagen Weiterbildung 12).** Die Kriterienauswahl kann dann als Einzelraster für jeden Lernenden oder als Raster für die ganze Klasse in Form einer Klassenliste ausgestaltet werden. Die Kriterien sind bewusst offen gewählt und die Bewertungsmöglichkeiten symbolisch angegeben. Sinnvoll sind drei- oder vierstufige Bewertungsskalen, die vom Beurteilungsziel abhängig sind und entsprechend angepasst werden müssen. Eine direkte Notensetzung ist nicht sinnvoll, weil meistens zu wenig Datenmaterial vorliegt. Mehrere Beobachtungen können aber zusammengefasst werden und in die zeugnisrelevante Gesamtbeurteilung einfließen.

Bewertungsmöglichkeiten  mögliche Beobachtungskriterien	-	=	+	+ +
	unge- nützlich  nie	genü- gend  manch- mal	gut  oft	sehr gut  sehr oft (immer)
Herausforderungen annehmen				
fachlich überlegen und Fragen stellen				
Wissen und Fähigkeiten anwenden				
Wissen und Fähigkeiten einbringen				
auf andere Ideen eingehen und nachfragen				
Hilfsmittel und Veranschaulichungen einsetzen				
gezielt und strukturiert vorgehen				
strategisch denken und handeln				
konzentriert an der Aufgabe bleiben				
mit Problemen konstruktiv umgehen				
Hilfe holen und annehmen				
Fragen, Denk- und Lösungswege nachvollziehbar dokumentieren und schriftlich festhalten				
Fragen, Denk- und Lösungswege nachvollziehbar darlegen und mündlich erläutern				
unbefriedigend gelöste Aufgaben überarbeiten (Bereitschaft zu sinnvollen Verbesserungen)				
Fehlvorstellungen und Fehler beschreiben				
Verbesserungen erklären und begründen				

## Beobachtung von mathematischen Handlungsaspekten

Neben der kriterienbasierten Beobachtung von allgemeinen fachlichen und überfachlichen Fähigkeiten können auch die mathematischen Handlungsaspekte aus dem Kompetenzmodell Mathematik im Lehrplan 21 für gezielte fachliche Beobachtungen im Mathematikunterricht genutzt werden.

### Handlungsaspekt „Operieren und Benennen“

Bewertungsmöglichkeiten	-	=	+	+ +
mögliche Beobachtungskriterien	unge-nügend nie	genü-gend manch-mal	gut oft	sehr gut sehr oft (immer)
Zusammenhänge zum Rechnen nutzen				
Regeln und Gesetze anwenden				
Ergebnisse berechnen				
Automatisiertes Abrufen von 1+1 und 1x1				
Mit Formen operieren				
Grössen bezeichnen, umrechnen, schätzen				
Hilfsmittel und Werkzeuge verwenden				
Skizzieren, zeichnen und konstruieren				
Begriffe und Symbole deuten und anwenden				

### Handlungsaspekt „Erforschen und Argumentieren“

Bewertungsmöglichkeiten	-	=	+	+ +
mögliche Beobachtungskriterien	unge-nügend nie	genü-gend manch-mal	gut oft	sehr gut sehr oft (immer)
Sich auf Unbekanntes einlassen				
Ausprobieren und Beispiele suchen				
Vermutungen und Fragen formulieren				
Darstellungen und Aussagen untersuchen				
Daten erheben und analysieren				
Systematisch suchen und variieren				
Ergebnisse beschreiben und überprüfen				
Ergebnisse interpretieren und begründen				
Muster entdecken und weiterführen				
Muster verändern, erfinden und begründen				
Mit Beispielen und Analogien argumentieren				
Einfache Beweise führen				

## Handlungsaspekt „Mathematisieren und Darstellen“

Bewertungsmöglichkeiten	-	=	+	+ +
mögliche Beobachtungskriterien	unge- nützlich  nie	genü- gend  manch- mal	gut  oft	sehr gut  sehr oft (immer)
Eine Situation vereinfachen und darstellen				
Muster und Gesetzmässigkeiten erkennen				
Muster und Gesetzmässigkeiten beschreiben				
Lösungswege und Ergebnisse darstellen				
Mathematische Inhalte mündlich darstellen				
Mathematische Inhalte schriftliche darstellen				
Zahlenmuster und Zahlenfolgen visualisieren				

Auf der Internetseite [www.eblb.ch](http://www.eblb.ch) („Entwicklung beobachten und Lernen begleiten“) der Erziehungsdirektion des Kantons Bern stehen für den Zyklus 1 in allen Fächern Leitfragen und Vorschläge zum Beobachten von Kompetenzentwicklungen bereit:

### Erforschen und Argumentieren 1

MA.2.B.1 | EZ | **Form und Raum**

---

**Handlungs-/Themenaspekt**  
**Erforschen und Argumentieren**

**Kompetenz**

**1. Die SchülerInnen und Schüler können geometrische Beziehungen, insbesondere zwischen Längen, Flächen und Volumen, erforschen, Vermutungen formulieren und Erkenntnisse austauschen.**

---

**Leitfragen**

- Identifiziert das Kind Figuren und Körper durch Ertasten?
  - Ertastet es Kreis, Dreieck, Quadrat und Rechteck?
  - Ertastet es Kugel und Würfel?
- Experimentiert das Kind mit dem Spiegel?
- Entdeckt das Kind Symmetrien?
- Erforscht das Kind Symmetrien an Figuren und Objekten und formuliert Vermutungen? (z.B. Symmetrien an einer Hausfassade)
- Erforscht das Kind Figuren und Körper und formuliert Beziehungen? (z.B. die Seitenflächen eines Quaders sind Rechtecke)

---

**Beobachtungsmöglichkeiten**

- Figuren und Körper aus Holz oder Plastik
- Spiegel
- Bilder zum Spiegeln
- Geobretter; Klecksbilder
- Papier falten und schneiden

## Selbst- und Fremdbeurteilungen

Vereinfachte Formen der oben aufgeführten Kriterienraster oder einzelne Kriterien für eine gezielte Beobachtungen können auch für **Selbsteinschätzungen der Lernenden** eingesetzt werden. Dabei spielen wie bereits mehrfach erwähnt auch hier die vorhandenen Selbstkompetenzen der Schülerinnen und Schüler eine grosse Rolle in der Wahl der geeigneten Selbstbeobachtungsform. Entscheidend ist aber, dass Selbsteinschätzungen auch gezielt geübt werden, da sie **eine Grundlage und Chance für selbstgesteuertes Lernen** sind.

Ebenso können sich Lernende mit Hilfe von klaren und einfachen Kriterien auch gegenseitig einschätzen. Oft können Schülerinnen und Schüler die Fähigkeiten ihrer Kameradinnen und Kameraden mindestens so gut beurteilen wie die Lehrperson, wenn sie die Kompetenzen ihrer Kolleginnen und Kollegen aus gemeinsamen Forschungsarbeiten und aus dem dialogischen Lernen kennen. Viele Schüler verfügen auch über einzelne „diagnostische Kompetenzen“ im Fach Mathematik und können ihre Kolleginnen und Kollegen gezielt beobachten und beraten. Diese „natürlichen Lernfeedbacks“ können durch den gezielten Einsatz von Sozialformen gefördert werden. **Die nachfolgenden Beurteilungs- und Rückmeldeinstrumente können die Selbst- und Fremdbeurteilung unter Schülern strukturieren** und bieten Anlass zur gegenseitigen Beurteilung der Selbst- und Sozialkompetenzen unter den Schülerinnen und Schülern.

Die gegenseitige Beurteilung unter Schülerinnen und Schülern bietet natürlich auch Zündstoff, da die Rückmeldungen unter Schülern oft von sozialen Beziehungen subjektiv gefärbt sind. Dies gilt es sorgfältig zu thematisieren. Mit Hilfe von Kompetenzbeschreibungen, Lernzielformulierungen und den obenstehenden allgemeinen Beobachtungskriterien können solche Diskussionen auch versachlicht werden. Von summativen zeugnisrelevanten Beurteilungen oder Rückmeldungen an Eltern, welche nur auf Schülerbeurteilungen gründen, ist eher abzuraten. Hier sind die gezielten professionellen Beobachtungen und Beurteilungen durch die Lehrperson gefragt, welche aber durch Selbstbeurteilung und kollegiale Fremdbeurteilung der Schülerinnen und Schüler vernetzt und ergänzt werden können. Schulrechtlich gesehen trägt die Lehrperson immer die abschliessende Verantwortung in Fragen der Schülerbeurteilung.

Fach/Thema/Aufgabe:		Datum:	
<b>Beobachtungskriterien</b> (zu fachübergreifenden oder fachlichen Kompetenzen)	<b>Selbsteinschätzung von.....</b>	<b>Fremdeinschätzung durch.....</b>	
Kommentare zur Fremdeinschätzung:			
Kommentare zur Selbsteinschätzung:			

# Beurteilung Partnerarbeit

Datum:

von \_\_\_\_\_

mit \_\_\_\_\_

Fach / Thema: \_\_\_\_\_

Das habe ich beigetragen:

---

---

Da hast du mir geholfen:

---

---

Da habe ich dir geholfen:

---

---

	sehr zufrieden	😊	○	mit meiner Arbeit
Ich bin	zufrieden	😐	◇	mit deiner Arbeit
	nicht zufrieden	😞	□	mit unserer Arbeit

Verbinde die Zeichen mit Linien so, dass für dich zutreffende Sätze entstehen.

Besprich deine Beurteilung nun mit deiner Partnerin, deinem Partner.

Wo gibt es unterschiedliche Einschätzungen? Warum? Was lernst du daraus?

---

---

---

---

Unterlagen aus dem Unterricht von Martin Rothenbacher  
Projekt Umsetzungshilfen zum Lehrplan Mathematik Primarschule, Kanton Aargau; 2001

Thema: \_\_\_\_\_

## Persönlicher Lernbericht zur Gruppenarbeit

Ich habe bei dieser Arbeit

- sehr viel gelernt
- viel gelernt
- einiges gelernt
- etwas gelernt
- wenig gelernt
- nichts gelernt

Schreibe kurz auf, was das Wichtigste war,  
das du gelernt hast:

---

---

---

---

Ich hatte bei dieser Arbeit

- keine Probleme
- fast keine Probleme
- eher wenig Probleme
- ein paar Probleme
- einige Probleme
- viele Probleme
- grosse Schwierigkeiten

Schreibe kurz auf, wo es vor allem  
Probleme gab:

---

---

---

---

Qualität unserer Gruppenarbeit:

Ich finde, unsere Arbeit ist:

- sehr gut gelungen
- gut gelungen
- recht gut gelungen
- zufriedenstellend gelungen
- ungenügend gelungen
- schlecht gelungen

Mein Einsatz in der Gruppe  
war insgesamt:

- sehr gross
- recht gross
- zufriedenstellend
- genügend
- ungenügend
- schlecht

Begründungen / Kommentare: \_\_\_\_\_

---

---

Name / Unterschrift: \_\_\_\_\_

# Bericht zur Arbeit in der Gruppe

Die Arbeit in unserer Gruppe funktionierte im Grossen und Ganzen gesehen:

- sehr gut
  - gut
  - recht gut
  - nicht so gut
  - schlecht
- Begründungen:  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

## Rückmeldungen der anderen Gruppenmitgliedern

Diesen Teil musst du zum Ankreuzen und Berichten deinen Gruppenkameradinnen und Gruppenkameraden geben. Sie werden dir zurückmelden, wie sie deine Arbeit in der Gruppe miterlebt haben.

Trage bitte zuerst die Namen der anderen Gruppenmitglieder hier ein:

	Name:	Name:	Name:
	_____	_____	_____
Ich finde, du hast	<input type="checkbox"/> sehr gut	<input type="checkbox"/> sehr gut	<input type="checkbox"/> sehr gut
in unserer Gruppe	<input type="checkbox"/> gut	<input type="checkbox"/> gut	<input type="checkbox"/> gut
<input type="checkbox"/> .....	<input type="checkbox"/> recht gut	<input type="checkbox"/> recht gut	<input type="checkbox"/> recht gut
<i>(bitte kreuze unter</i>	<input type="checkbox"/> nicht so gut	<input type="checkbox"/> nicht so gut	<input type="checkbox"/> nicht so gut
<i>deinem Namen</i>	<input type="checkbox"/> ungenügend	<input type="checkbox"/> ungenügend	<input type="checkbox"/> ungenügend
<i>das Zutreffende an!)</i>	<input type="checkbox"/> schlecht	<input type="checkbox"/> schlecht	<input type="checkbox"/> schlecht
.....mitgearbeitet.			

Besprecht die Rückmeldungen in der Gruppe und vergleicht eure Beurteilungen!

**Persönliche Einsichten aus der Beurteilung und dem Gespräch in der Gruppe:**

---

---

---

---

# Ideen zur formativen Beurteilung im Mathematikunterricht

Im Unterschied zur formativen Beobachtung, welche auch spontan und ungezielt erfolgen kann und vor allem einem lernfördernden Feedback dient, sind mit der formativen Beurteilung nur **gezielt eingesetzte Beobachtungen** gemeint. Diese Beobachtungen richten sich nicht auf verschiedene Aufgaben im laufenden Lernprozess, sondern fokussieren **mit aufgabenspezifischen Kriterienrastern** gezielt mathematische Handlungskompetenzen, welche sich einerseits in einem eingerichteten formativen Beurteilungsanlass zeigen können und andererseits in einem Produkt sichtbar werden. **Bedeutsam ist für diese Form der Produktorientierung, dass die Produkte primär der Förderung dienen und nicht summativ Lerneinheiten abschliessen.** Es werden nur einzelne Lernzielerfüllungen in Bezug auf die gestellte möglichst reichhaltige Aufgabe zu einem Thema beobachtet und nicht bilanzierend das Erreichen vieler Lernziele und Kompetenzstufen am Ende einer längeren Lernphase bzw. Lernheit zu mehreren Themen. So können wie bereits einleitend erwähnt grundsätzlich die gleichen Beurteilungsinstrumente formativ und summativ eingesetzt werden. Sie sind aber funktional anders ausgerichtet und sollen entsprechend ausgestaltet sein. Lehrpersonen sollten sich diesen Nuancen bewusst sein und dies den Schülerinnen und Schülern auch transparent machen. Insbesondere wenn Resultate aus der formativen Beurteilung dann auch in die zeugnisrelevante Gesamtbeurteilung einfließen, muss das den Lernenden mitgeteilt werden.

	<b>formative Beobachtung</b>	<b>formative Beurteilung</b>
<b>Kriterienraster</b>	allgemein	aufgabenspezifisch
<b>Anwendung</b>	laufend im Unterricht	Beurteilungsanlass
<b>Ausrichtung</b>	verhaltensorientiert	produktorientiert

Vorlagen zur Erstellung von Kriterienrastern für den eigenen Mathematikunterricht stehen auf [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch) zur Verfügung (Unterlagen Weiterbildung 12).

## Aufgabenspezifische Kriterienraster

Aufgabenspezifische Kriterienraster beziehen sich auf eine ganz bestimmte Aufgabe, welche gezielt auch ganz bestimmte mathematische Kompetenzen sichtbar machen. Neben der Unterscheidung von allgemeinen Kriterienrastern zur formativen Beobachtung im Mathematikunterricht ist auch noch die Differenzierung von „aufgabenunspezifischen“ Kriterienrastern zu erwähnen. Diese Kriterienraster sind meistens auch produktorientiert, enthalten aber wie Kriterienraster zur formativen Beobachtung allgemeine Kriterien, die auf verschiedene Aufgaben und Arten von Schülersdokumenten angewendet werden können. Man spricht hier auch von sogenannten „Rubrics“, die vorwiegend im englischsprachigen vorkommen und auf eine eher quantitative Bewertung abzielen.

### Aufgabenunspezifisches Beurteilungsraster

Bewertungsmöglichkeiten (Punkte)	- - 0	- 1	+ 2	+ + 3
mögliche Beobachtungskriterien				
Inwieweit ist die Aufgabe verstanden worden?	nicht	teilweise	weitgehend	vollständig
Kann der Lösungsweg zu einer korrekten bzw. einer nachvollziehbaren Antwort führen?	nein	teilweise	weitgehend	ja
Werden Kenntnisse und Fertigkeiten fehlerfrei eingesetzt?	nie	bisweilen	weitgehend	immer
Wird ein korrektes Resultat erzielt?	nein	teilweise	weitgehend	vollständig
Wird der Lösungsweg und das Resultat adressatenbezogen bzw. verständlich dargestellt? (Erläuterungen, Zeichnungen, Darbietungen)	nein	teilweise	weitgehend	vollständig

übernommen aus dem Buch „Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht“ Seite 107  
Beate Sundermann und Christoph Selter, Cornelsen-Verlag 2013

Neben dem Vorteil der Übertragbarkeit auf verschiedene Aufgaben ergeben sich hier auch Nachteile der Beliebigkeit, weil quantitative Aspekte der allgemeinen Aufgabenbearbeitung und nicht qualitative Aspekte der fachlichen Handlungskompetenzen anvisiert werden. **Aufgabenspezifische Beurteilungsraster nehmen gezielt die mathematischen Handlungsaspekte des fachlichen Kompetenzmodells im Lehrplan in den Fokus.** Hier sind insbesondere die Handlungsaspekte „Erforschen & Argumentieren“ von Bedeutung, welche in schriftlichen Prüfungen meistens zu kurz kommen. In solchen „Lernzielkontrollen“ mit eher geschlossenen Aufgaben werden vorwiegend die Handlungsaspekte „Operieren & Benennen“ sowie allenfalls auch „Mathematisieren & Darstellen“ sichtbar. Der Lehrplan 21 und viele kantonale Laufbahn- bzw. Promotionsverordnungen fordern aber, dass alle Handlungskompetenzen im Lehrplan auf eine geeignete Art und Weise ganzheitlich beurteilt werden. Eine kriterienbasierte Einschätzung von Schülerprodukten zu gezielt ausgewählten Aufgaben kann dies gewährleisten. Zudem ist eine solche qualitative Beurteilung von

Schülerdokumenten aus dem Lernprozess mindestens so objektiv wie die Beurteilung von schriftlichen Prüfungen, da es ja auch dort zu Leistungsverzerrungen und Beurteilungsfehlern kommt. Oft zeigen Lernende zudem in handlungsorientierten offenen Aufgaben ihre Handlungskompetenzen besser als in geschlossenen Aufgabenstellungen. Das Resultat scheint klarer beurteilbar zu sein, aber nicht selten haben einzelne Schülerinnen und Schüler einfach die gestellte Aufgabe nicht verstanden. Sie können dann ihre Handlungskompetenzen in schriftlichen Prüfungen nicht zeigen, obwohl diese eigentlich vorhanden wären. In formativen Beurteilungsanlässen mit reichhaltigen Aufgaben kann diesem Problem begegnet werden, indem auch Erklärungen und Unterstützungen möglich sind. Da der Lernprozess ja noch in vollem Gange ist, macht dies auch Sinn. Wenn die Bewertung eines solchen Beurteilungsanlasses in die zeugnisrelevante Gesamtbeurteilung einfließen soll, muss natürlich das Mass der Unterstützung durch die Lehrperson oder durch Klassenkameradinnen und -kameraden berücksichtigt werden. **Wichtig ist, dass in einem formativen Beurteilungsanlass keine stressfördernde oder gar angstausslösende Prüfungssituation entsteht, sondern eine gute Lernatmosphäre eingerichtet wird.** So wird gleichzeitig ein forschendes Lernen, ein produktives Üben und eine förderorientierte Beurteilung von allen mathematischen Handlungsaspekten möglich.

LERN-DIMENSIONEN		KOMPETENZ – BEREICHE (Fachgebiete)		
		ZAHL & VARIABLE (Arithmetik)	FORM & RAUM (Geometrie)	GRÖSSEN, FUNKTIONEN, DATEN, ZUFALL (Sachrechnen)
HANDLUNGS-ASPEKTE	<b>Operieren &amp; Benennen</b>	<i><b>zählen rechnen</b></i>	<i><b>formen berechnen</b></i>	<i><b>messen umrechnen</b></i>
	<b>Erforschen &amp; Argumentieren</b>	<i><b>untersuchen beweisen</b></i>	<i><b>beobachten belegen</b></i>	<i><b>fragen vergleichen</b></i>
	<b>Mathematisieren &amp; Darstellen</b>	<i><b>beschreiben austauschen</b></i>	<i><b>vorstellen zeichnen</b></i>	<i><b>ordnen auswerten</b></i>

## Produkte im Mathematikunterricht

Wie bereits im Grundlagentext im Kapitel 6 „Beurteilungsinstrumente“ beschrieben, können Produkte aus dem Mathematikunterricht ganz unterschiedliche Formen von schriftlichen und mündlichen Schülerarbeiten darstellen, die dann kriterienbasiert und lehrplanbezogen beurteilt werden. Neben Protokollen zu Spielen oder Datenmessungen, Kurzvorträgen, Kurzpräsentationen, hergestellten mathematischen Objekten oder selbst hergestellten Arbeitsblättern können dies insbesondere Dokumente aus der Bearbeitung von reichhaltigen Aufgaben sein. Wie im Grundlagentext bereits beschrieben, stehen momentan noch nicht viele „pfannenfertige“ und auch gut erprobte Aufgaben mit auf den Lehrplan 21 bezogenen Kriterienrastern in Lehrmitteln zur Verfügung. Das aktuellste Lehrmittel „Mathwelt“ bietet für den Zyklus 2 solche reichhaltigen Aufgaben und entsprechende Kriterienraster für entwicklungsgemischtes Lernen an. In der Publikation „Produkte im Mathematikunterricht – begleiten und bewerten“ stehen die 21 Beurteilungsanlässe auch für Lehrpersonen zur Verfügung, die mit anderen Lehrmitteln arbeiten. Das Kriterienraster ist entsprechend der Ausrichtung auf altersdurchmischten Unterricht jeweils für die 3. und 4. Klasse sowie die 5. und 6. Klasse ausgestaltet und zeigt mit Abkürzungen die jeweiligen Handlungsaspekte an:

### Kriterien für das 5. + 6. Schuljahr

5. Schuljahr	6. Schuljahr	Bezug zu Aufgabe (A, B, C, D, E), Kriterien	LP 21
		<b>A1</b> Du hast das Spiel mit jemandem nach den Regeln gespielt und protokolliert (im Kreismodell oder am Zahlenstrahl).	O+B
		<b>A2</b> Du überträgst ein Kreisprotokoll auf den Zahlenstrahl oder in ein Rechenprotokoll.	M+D
		<b>A3</b> Du beschreibst und begründest einen geschickten und einen ungeschickten Spielzug. Du darfst dazu dein Protokoll benutzen.	E+A
		<b>D</b> Du spielst das Spiel mit Zwölfteln nach eigenen Spielregeln auf dem Zahlenstrahl und/oder mit einem Rechenprotokoll.	M+D O+B
		<b>BD</b> Du stellst das Spiel auf einem Zahlenstrahl dar. Deine Brüche sind gekürzt.	M+D
		<b>CD</b> Du schreibst ein reines Rechenprotokoll mit gekürzten Brüchen zum Spiel mit Achteln oder Zwölfteln.	O+B
		<b>E</b> Nun dürfen die einzelnen Anteile ( $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \dots$ ) mehrere Male verwendet werden. Du beschreibst eine Gewinnstrategie zum Spiel mit Achteln oder Zwölfteln, mit der du immer gewinnst.	E+A

Ungenügend: Keine erfüllten Kriterien.

Genügend: Mindestens ein grünes Kriterium erfüllt. Arbeit auch im gelben Bereich.

Gut: Je ein erfülltes Kriterium im grünen und im gelben Bereich.

Sehr gut: Je ein erfülltes Kriterium im gelben und im blauen Bereich.

6. Schuljahr: Die zusammengefassten grünen Kriterien werden beide erwartet.

	<p><b>„Produkte im Mathematikunterricht begleiten und bewerten – Zyklus 2“</b>            (Handbuch von Beat Wälti; Schulverlag plus AG 2018)  <a href="http://www.mathe-bewerten.ch">www.mathe-bewerten.ch</a></p>
---	---

Zum Mathematiklehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ sind momentan Ideen vorhanden zu den Neuauflagen auch Kriterienraster zu reichhaltigen Aufgaben zu entwickeln und digital anzubieten. Aktuell werden von einem Autorenteam der PH Bern Kriterienraster zu den oben auf Seite 16 vorgestellten Forscheraufgaben erprobt. Momentan enthalten die Kriterienraster selber noch keine direkten Bezüge zum Kompetenzmodell Mathematik im Lehrplan 21. Zu einzelnen der insgesamt 15 Produktebewertungen wird der Lehrplanbezug in den Hinweisen aufgeführt. Erprobt werden wie untenstehend erkennbar ist **unterschiedliche Formen der Ausgestaltung von Kriterienrastern**. Neben der Variation von drei- oder vierskaligen Bewertungsrastern stellen sich auch Fragen einer qualitativen Bewertung mit „Gütekriterien“ wie ungenügend – genügend – gut – sehr gut oder eher quantitativen Erfüllungskriterien wie nicht erfüllt – teilweise erfüllt – erfüllt. Je nach der gewählten Bewertungsskala muss die Kriterienformulierung entsprechend angepasst sein. Auch diese Produktebewertungen sind für den Zyklus 2 vorgesehen, da man davon ausgeht, dass im Zyklus 1 die oben genannte gezielte Beobachtung von mathematischen Handlungskompetenzen wichtiger ist, als die doch relativ aufwändige und anspruchsvolle Beurteilung von Schülerprodukten aus reichhaltigen Aufgaben mit lehrplanbezogenen Kriterienrastern.

## Wir bauen einen Zoo – Mögliche Beurteilungskriterien

Bewertungskriterien	Nicht genügend	Genügend	Gut	Sehr gut
1. Du zeichnest verschiedene Pläne richtig.				
2. Du zählst die Gehege richtig.				
3. Du findest verschiedene Lösungen mit einer bestimmten Anzahl Wege.				
4. Du zeichnest eine sinnvolle Tabelle und trägst die Lösungen ein.				
5. Du kannst beschreiben, wie du mit wenigen Wegen möglichst viele Gehege bauen kannst.				
6. Du erkennst Beziehungen zwischen Wegen (Geraden), Gehegen (Flächen) und Schnittpunkten.				
<b>Bewertung</b>				

Beispiel eines Kriterienrasters zum Forscherauftrag bzw. zur mathematischen Lernumgebung „Wir bauen einen Zoo“ für das 3. bis 6. Schuljahr; Philippe Sardi, PH Bern

	<p><b>Fächernet Lehrplan 21</b>, Erziehungsdepartement Kanton Bern und Autorinnenteams der PH Bern</p> <p><a href="http://www.faechernet21.erz.be.ch">www.faechernet21.erz.be.ch</a> (Mathematik; Unterricht; Beurteilen)</p>
---	---

## Projekt „Mathematik förderorientiert und ganzheitlich beurteilen“

Im Projekt «Mathematik förderorientiert und ganzheitlich beurteilen» des Institutes Primarstufe der PH FHNW wurden von 2005-2010 kriterienbasierte Beurteilungsinstrumente für den Mathematikunterricht an Primarschulen entwickelt. Die Projektentwicklungen sind im Grundlagentext im Kapitel 6 „Beurteilungsinstrumente“ auf Seite 17 beschrieben. In diesem Projekt wurden **aufgabenspezifische Kriterienraster zu mathematischen Lernumgebungen** (aus den oben auf Seite 11 beschriebenen gleichnamigen Buchbänden), zu Handlungen und Spielen, zu Gesprächen (siehe „klinische Interviews“ obenstehend auf Seite 7) und zu Reflexionsanlässen entwickelt. Diese Kriterienraster wurden in klassenbezogenen Beurteilungsplänen sortiert und stehen als Wordvorlagen nach wie vor auf der Internetseite [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch) zum Download zur Verfügung. Auch diese damals auf den Aargauer Lehrplan und das „Schweizer Zahlenbuch“ ausgerichteten Kriterienraster sind veraltet und weisen keine aktuellen Bezüge zum Lehrplan 21 auf. Die Kompetenzbereiche und insbesondere die Handlungsaspekte müssten ergänzt werden. An einzelnen Stellen müssten insbesondere zum Aufbau des Einmaleins die Anforderungen etwas angepasst werden. Als Grundlage für ein auf der Seite 18 im Grundlagentext abgebildetes Beurteilungsraster können diese Vorlagen aber im Sinne einer Übergangslösung immer noch dienen. Mögliche Versionen von Rastervorlagen sind auf der nachfolgenden Seite nach der Beispielaufgabe abgebildet.

### 3.2.5A LU Ziffern wählen – Zahlen erreichen

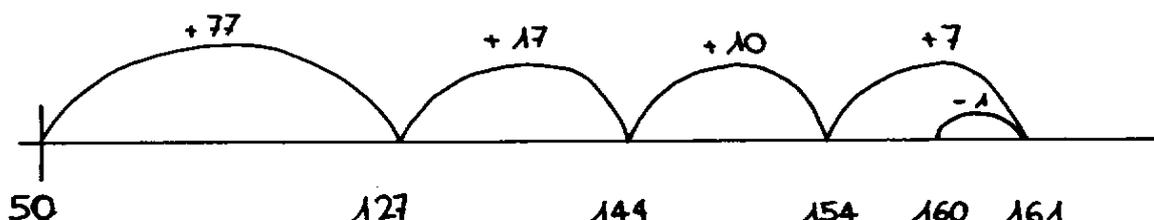
<b>Idee:</b>	Die Lernumgebung wird in Hengartner, E, Hirt, U. und Wälti, B. (2006) Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte, Zug S.185ff ausführlich beschrieben (Aufgabenstellung, Sachanalyse, Vorgehen, Kinderdokumente, Hinweise zur Heterogenität)
<b>Zu</b>	Schweizer Zahlenbuch 3 S. 46 / 54
<b>Thema:</b>	Ziffern im Stellenwertsystem, Addieren und Subtrahieren auf dem leeren Zahlenstrahl
<b>Dauer:</b>	2 bis 3 Lektionen
<b>Material:</b>	Ziffernkarten, evtl. Zahlenstrahl zur Visualisierung (z.B. Meter)

#### Aufgabe:

Wähle eine grosse Zielzahl und eine kleine Startzahl. Bilde Zahlen aus den Ziffern 1, 0 und deiner Lieblingsziffer um die Zielzahl zu erreichen.

#### Beispiel:

Valérie startet bei 50 und will die Zahl 160 erreichen.  
Sie rechnet mit Zahlen aus den Ziffern 1, 0 und ihrer 'Lieblingsziffer' 7.



Beispielaufgabe aus „Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte“

Beurteilungskriterien für die 3. Klasse:

3.2.5A LU	<b>Lernumgebung „Ziffern wählen, Zahlen erreichen“</b>	n.e.	e.	Bemerkungen
Lernziele: Zahlen bilden und auf dem Zahlenstrahl addieren (und subtrahieren).	A Darstellungen zu mindestens 3 verschiedenen Start- und Zielzahlen.			Mindestanforderungen (MA: A <u>und</u> B erfüllt)
	B Korrektes Darstellen der Zahlen auf dem leeren Zahlenstrahl.			
Datum:	+C Mit Additionen und Subtraktionen rechnen und beides auf dem Zahlenstrahl korrekt darstellen.			Erweiterte Anforderungen (EA: +C <u>oder</u> +D zusätzlich erfüllt)
	+D Ohne Ausprobieren sehen können, wie die Anzahl Rechenschritte von verschiedenen Darstellungen verringert werden kann.			
Gesamtbeurteilung		<input type="checkbox"/> n.e. / <input type="checkbox"/> MA / <input type="checkbox"/> EA		

n.e = Kriterium nicht erfüllt / e.= Kriterium erfüllt

Beispiel eines Beurteilungsrasters zur Lernumgebung „Ziffern wählen, Zahlen erreichen“  
 Download der Raster in den klassenbezogenen Beurteilungsplänen durch Anklicken der Nummer des Beurteilungsanlasses 3.2.5A (3. Klasse, 2. Quartal, 5. Beurteilungsanlass, Arithmetik)  
[www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch)

In der Weiterentwicklung des Projektes wurden von Studierenden am Institut Primarstufe der PH FHNW auch andere Formen von Kriterienrastern erfolgreich in der Praxis erprobt. **Bedeutend ist die Festlegung von Mindest- oder Grundanforderungen, welche dem Anspruch des Lehrplans entsprechen für genügende Leistungen.** Allenfalls kann auch noch ein ganz einfaches Kriterium, welches dem Zugang zur Aufgabe auf unterstem Niveau genügt formuliert werden. Auf der anderen Seite sind **auch Kriterien** notwendig, **die über den Grundanspruch des Lehrplans hinausgehen und anspruchsvoller sind.**

	Beobachtungsanlass: ..... Ich kann... ***	Selbsteinschätzungen ***	Handlungs-Aspekt im LP21
<b>Z</b>	Zugangskriterium in verbaler Wortkette		O*
<b>E1</b>	einfaches Kriterium in verbaler Wortkette		E*
<b>E2</b>	einfaches Kriterium in verbaler Wortkette		D*
<b>A1</b>	anspruchsvolles Kriterium in verbaler Wortkette		E*
<b>A2</b>	anspruchsvolles Kriterium in verbaler Wortkette		D*

\* Abkürzungen zu Handlungsaspekten im Lehrplan 21: O = Operieren und Benennen; E = Erforschen und Argumentieren; D = Darstellen und Mathematisieren

\*\*\* hier wird mit „Ich kann... -Formulierungen“ gearbeitet. Dementsprechend können Selbsteinschätzungen mit Ampeln, Worten oder Zeichen ( - , ✓ , + ) durch die Lernenden vorgenommen und von der Lehrperson bestätigt oder korrigiert werden.

**Die Ausgestaltung der Kriterienraster muss altersgemäss und situationsbezogen sein.** Es kann deshalb auch sinnvoll sein, wenn Lehrpersonen schulintern angepasste Kriterienraster gemäss den lokalen Bedürfnissen entwickeln. Insbesondere die Fähigkeiten zur Selbsteinschätzung der Lernenden werden unterschiedlich ausgebildet sein. Hier kommt es sehr darauf an, ob man diese Fähigkeiten im Bereich der personalen und sozialen Kompetenzen auch immer wieder altersentsprechend üben kann. Kriterien können mit einfachen und möglichst klaren „Ich kann-Formulierungen“ gezielt auf Selbsteinschätzungen ausgerichtet werden. Ebenso sind „Du kannst...-Formulierungen möglich oder wie im untenstehenden Beispiel auch „Das Kind kann...-Formulierungen“, welche sich eher an Lehrpersonen im Sinne einer Fremdbeurteilung richtet. Im Begleitband zum neuen Schweizer Zahlenbuch 1 und 2 werden einzelne Beispiele zu Beurteilungsanlässen mit diesem Kriterienraster gemacht. Auch in solchen Rastern können Selbsteinschätzungen durch die Kinder vorgenommen werden, indem diese beispielsweise die Kriterienfelder mit Ampelfarben bemalen oder hinter die Kriterienaussagen Zeichen setzen, während dann die Beurteilung des Erfüllungsgrades nur durch die Lehrperson vorgenommen wird. Die Art und Weise der Selbst- und Fremdbeurteilung durch die Lehrperson muss dann auch den Erziehungsberechtigten mitgeteilt werden, wenn solche Kriterienraster diesen gezeigt werden. Dies ist sehr sinnvoll, da Eltern aus Kriterienbeurteilungen zu Produkten im Vergleich zu schriftlichen Prüfungen ebenfalls einige und oft konkretere Informationen zu den mathematischen Kompetenzen ihrer Kinder erhalten.

Name:..... Datum: .....

**Lernumgebung:** ..... **Kompetenzbereich:** .....

Handlungsaspekt:	<b>Kriterien zu Grundanforderungen</b> Das Kind kann...	nicht erfüllt	teilweise erfüllt	vollständig erfüllt
erforschen	... verbale Wortkette			
darstellen	... verbale Wortkette			
Handlungsaspekt:	<b>Kriterien zu erweiterten Anforderungen</b> Das Kind kann...	nicht erfüllt	teilweise erfüllt	vollständig erfüllt
erforschen	... verbale Wortkette			
darstellen	... verbale Wortkette			
Bemerkungen:				

Vorlagen zur Erstellung von Kriterienrastern für den eigenen Mathematikunterricht stehen auf [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch) zur Verfügung (Unterlagen Weiterbildung 12).

	<p><b>Projekt „Mathematik förderorientiert &amp; ganzheitlich beurteilen“</b></p> <p>Beat Wälti und Martin Rothenbacher; 2005-2010; PH FHNW</p> <p><a href="http://www.zahlenbu.ch">www.zahlenbu.ch</a> (Beurteilungsprojekt)</p>
--	---

## Kurztests (Lernkontrollen – „Teste dich selbst“)

Produkte können mündliche und schriftliche Arbeiten sein, die kriterienbasiert beurteilt werden. Je nach Ausgestaltung, Umfang und dem Zeitpunkt der Durchführung solcher Beurteilungsanlässe können Produkte als formative und/oder als summative Beurteilungsinstrumente eingesetzt werden. Ähnlich verhält es sich mit „Tests“ in der Ausgestaltung von schriftlichen Prüfungen. Auch dieses Beurteilungsinstrument kann grundsätzlich formativ und summativ eingesetzt werden, unterscheidet sich dann aber auch je nach der gewählten Beurteilungsfunktion in der Ausgestaltung und Durchführung.

	<b>formative Beurteilung</b>	<b>summative Beurteilung</b>
<b>Testform</b>	Lernkontrollen (den laufenden Lernprozess kontrollieren)	Lernzielkontrollen (die Lernzielerreichung überprüfen)
<b>Testumfang</b>	Test als schriftliche Kurzprüfung zu einem Thema während einer Lerneinheit	Test als grössere schriftliche Prüfung zu mehreren Themen am Schluss der Lerneinheit
<b>Bewertung</b>	förderorientiert mit Ampeln, Wortprädikaten oder individuellen Rückmeldungen	bilanzierend mit Punkten, Wortprädikaten, Ampeln, Noten oder Kommentaren

Die **Unterscheidung zwischen formativen Lernkontrollen und summativen Lernzielkontrollen** bei schriftlichen Tests wird auch im Lehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ vorgenommen. Die angebotenen „Lernzielkontrollen“ werden in der Werkzeugkiste mit Ideen zur summativen Beurteilung vorgestellt. Formative Lernkontrollen werden im „Schweizer Zahlenbuch“ als Kurztests mit einzelnen Aufgaben zu einem Thema bzw. einer Lernumgebung angeboten, welche während dem Lernprozess zur Steuerung desselben eingesetzt werden können.

**In der Form „Teste dich selbst“ werden Aufgaben zur Selbsteinschätzung angeboten, welche auch als „Probe“ für die Lernenden dienen, ob die Lernziele zu einem mathematischen Thema bzw. einer Lernumgebung bereits erreicht sind** oder ob es noch mehr oder andere Übungen braucht. In der bisherigen Ausgabe des „Schweizer Zahlenbuch“ waren diese Aufgabensammlungen zu „Teste dich selbst“ am Schluss des Arbeitsheftes platziert. In der neuen Ausgabe sind dort die auf Seite 9 beschriebenen Lernzielformulierungen zur Selbstbeurteilung vor der Sammlung der Aufgaben zum Grundwissen eingeordnet. Die Aufgabensammlungen zu „Teste dich selbst“ werden nun als Kopiervorlagen im Begleitband zum Download angeboten. Diese Aufgabensammlungen können gut als formative Lernkontrollen eingesetzt werden. Da es nur wenige Aufgaben sind, macht eine Bewertung mit Punkten und Noten hier wenig Sinn. Hingegen können beratende Hinweise und Rückmeldungen der Lehrperson für den weiteren Lernprozess eines Schülers von grossem Nutzen sein.

## Teste dich selbst – Übersicht

<b>Grundvorstellungen im Millionraum</b> <small>Seite 50–51</small>	<b>Rechendreiecke</b> 	<b>Zahlenmauern</b> 	<b>Aufteilen</b> 100 : 8 1000 : 8 10 000 : 8 100 000 : 8 1 000 000 : 8	<b>Zahlenhaus</b> 
<b>Grundfertigkeiten im Kopfrechnen</b> <small>Seite 52–53</small>	<b>Addition</b> Immer 1000 000 560 000 + ... 375 000 + ... 845 000 + ... 492 000 + ... 629 000 + ...	<b>Subtraktion</b> 1 000 – 100 10 000 – 100 100 000 – 100	<b>Multiplikation</b> 6 · 9 6 · 500 6 · 90 6 · 9 000	<b>Division</b> 32 : 8 3200 : 8 320 : 80 320 : 8
<b>Grundrechenarten im Millionraum</b> <small>Seite 54–55</small>	<b>schriftlich addieren</b> 2 446 + 2 555	<b>schriftlich subtrahieren</b> 2 103 – 1 215	<b>schriftlich multiplizieren</b> 3 · 41 152	<b>schriftlich dividieren</b> 1 776 : 8
<b>Grundkonstruktionen</b> <small>Seite 56–57</small>	<b>Miss die Strecken. Wo sind rechte Winkel?</b> 	<b>Miss die Strecken.</b> 		
<b>Grundwissen über Grössen</b> <small>Seite 58–59</small>	<b>Längen</b> 	<b>Gewichte</b> 1 kg Birnen ≈ ... Stück 1 kg Äpfel ≈ ... Stück	<b>Hohmasse</b> 500 ml 250 ml Immer 1 Liter 500 ml · 2 250 ml · ...	<b>Flächen</b> Meterquadrat 
<b>Grundfertigkeiten im Sachrechnen</b> <small>Seite 60–62</small>		Zum Rockkonzert kamen 10 520 Besucher. Die Karte kostete 50 Franken. Wie hoch waren die Einnahmen? Wie laut war die Musik?		

Seite 50–62: Wiederholung des Grundwissens am Ende des 4. Schuljahres: Aufgaben selbstständig lösen und Ergebnisse mit dem Lösungsheft überprüfen.

49

## Grundvorstellungen im Millionraum

- A** Zähle in Hunderterschritten weiter. Beschrifte die Zahlenreihe.

**B** Zeichne: Wo liegen die Zahlen ungefähr?

396      555      725      989      1002

300      400
- C** Zähle in Hunderttausenderschritten weiter. Beschrifte die Zahlenreihe.

**D** Zeichne: Wo liegen die Zahlen ungefähr?

396 000      500 055      725 000      900 089      1002 000

300 000      400 000
- A** Immer 1000

925 +      925 000 +

850 +      850 000 +

720 +      720 000 +

610 +      610 000 +

**B** Immer 100

25 +      25 000 +

30 +      35 000 +

40 +      50 000 +

75 +      75 000 +
- A** 158      158 000

+ 88      + 88 000

**B** 537      537 000

+ 252      + 252 000

**C** 804      804 000

– 348      – 348 000
- A** Auf und ab in der Million

Start 1000      -2      -5      -2      -5      -2      Ziel

Start 1000      -5      -2      -5      -2      -5      Ziel

Start 1000 000      :5      :5      :5      :5      :5      Ziel

Start 1000 000      :2      :2      :2      :2      :2      Ziel
- A**

Zahl	125 000	250 000	500 000
Zahl · 2			

**B**

Zahl	400 000	200 000	100 000
Zahl : 2			
- Wie viele Fünfer?

10 =      · 5      100 =      · 5      1000 =      · 5      1000 000 =      · 5

50 Wiederholung des Grundwissens am Ende des 4. Schuljahres: Aufgaben selbstständig lösen und Ergebnisse mit dem Lösungsheft überprüfen.

„Teste dich selbst“ als formativer schriftlicher Test und Lernkontrolle zur Selbstbeurteilung) im Lehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ bisher am Schluss des Arbeitshefts

10

Seite 1 von 4

### Strecken, Parallelen und Senkrechte

Teste dich selbst

**1 A** Zeichne mit Geodreieck und Massstab ein Rechteck. Die Seite a mit den beiden Eckpunkten A und B ist gegeben. Die Seite b misst 10 cm.

10

Seite 5 von 5

### Strecken, Parallelen und Senkrechte

Teste dich selbst: Lösungen

**Kompetenzen nach LP 21**

	Zahl und Variable	Form und Raum	Grössen, Funktionen, Daten und Zufall
<b>Operieren und Benennen</b>		Nr. 1 / Nr. 2	
<b>Erforschen und Argumentieren</b>		Nr. 3 / Nr. 4	
<b>Mathematisieren und Darstellen</b>		Nr. 1 / Nr. 2 / Nr. 4	

**Selbstbeurteilung**

Ich kann ...

- Quadrate und Rechtecke exakt zeichnen. (Nr. 1)
- Parallelen und rechte Winkel mit speziellen Zeichen beschriften. (Nr. 2B)
- einen Code für Wege in eine Zeichnung umsetzen. (Nr. 2A)

Zusätzlich kann ich ...

- Codes für geschlossene und nicht geschlossene Wege finden. (Nr. 3, 4)
- zu einer Figur einen Code finden.

„Teste dich selbst“ als Kopiervorlagen und Vernetzung der Aufgaben mit dem Lehrplan 21  
In der neuen Ausgabe des Lehrmittels „Schweizer Zahlenbuch“ im Begleitband  
(bzw. als Download für die Lehrpersonen)

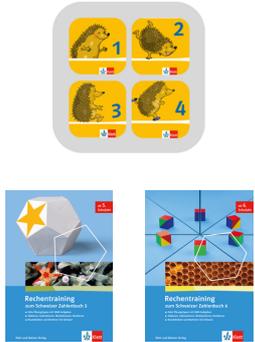
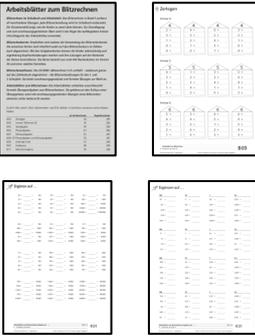
## Kurztests zu Basiskompetenzen (Kopfrechnen)

Von grosser Bedeutung sind formative Beurteilungen im Bereich des Aufbaus von sogenannten Basiskompetenzen. Dies sind **mathematische Fertigkeiten, welche die Grundlage für ein verständnisorientiertes Lernen darstellen**. Ohne diese Grundlagen wird der Kompetenzaufbau in der Mathematik nicht gelingen und oft sind fehlende oder mangelhafte Basiskompetenzen auch der Grund für Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht. Ein zentrales Element bei Basiskompetenzen ist die Zahlvorstellung und das Kopfrechnen. Bedeutsam ist aber auch die Grössenvorstellung und das Sachrechnen im Kopf sowie das räumliche Vorstellungsvermögen und die Kopfgeometrie.

Im Lehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ besteht das Kopfrechenttraining aus den Übungen zum „Blitzrechnen 1-4“ und zum „Rechenttraining 5 und 6“ im Kompetenzbereich Zahl & Variable. „Sachrechnen im Kopf“ und „Geometrie im Kopf“ heissen die Trainings im Kompetenzbereich Grössen & Funktionen und Form & Raum. Hierzu wird neben den Einführungen im Schulbuch verschiedenes Übungsmaterial angeboten, welches gut für formative Beurteilungen eingesetzt werden kann. **Im Bereich von Basiskompetenzen sind formative Beurteilungen besonders wichtig, damit mangelhafte Basiskompetenzen möglichst schnell und frühzeitig entdeckt werden**. Oft wird vergebens an einem mathematischen Lernziel herumgeübt, das wegen fehlenden Grundlagen gar nicht erreicht werden kann. Neben einem grossen Zeitverlust, geht dann oft auch die Lernmotivation verloren. Bei den untenstehenden Ideen für formative Kurztests ist das sofortige Feedback zu richtig oder falsch gelösten Aufgaben und das unmittelbare Erstellen einer gezielten Trainingsplanung von mangelhaft ausgebildeten Basiskompetenzen essentiell.

### Möglichkeiten zu formativen Beurteilungen im Aufbau von Basiskompetenzen

	<p><u>Mündliche Kurztests mit Karteikarten</u></p> <ul style="list-style-type: none"><li>○ Blitzrechnen 1-4; Arithmetik im Kopf 5/6</li><li>○ Sachrechnen im Kopf 1/2; 3/4; 5/6</li><li>○ Geometrie im Kopf</li></ul> <ul style="list-style-type: none"><li>● Selbsteinschätzungen mit 5-10 ausgewählten Karteikarten</li><li>● Fremdeinschätzungen mit 5-10 ausgewählten Karteikarten in Partner- oder Gruppenarbeit (Abfragen)</li></ul> <ul style="list-style-type: none"><li>➤ gezieltes Training der Übungen, die nicht sicher beherrscht werden</li><li>➤ evtl. Erstellen einer eigenen Übungskartei mit ausgewählten oder selbstgemachten Karteikarten zu mangelhaft beherrschten Basiskompetenzen</li></ul>
---	---

	<p><u>Kurztests mit Software „Blitzrechnen“/„Rechentaining“</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Selbsteinschätzungen mit den Teststufen in der Software</li> <li>• Evtl. Arbeit in Partnerschaften an den Teststufen zum gegenseitigen Kontrollieren und Beraten <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ gezieltes Training der Übungen, die nicht sicher beherrscht werden beginnend auf der niedrigsten Schwierigkeitsstufe mit Veranschaulichungen</li> </ul> </li> </ul>
	<p><u>Schriftliche Kurztests</u></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lösen von 5-10 ausgewählt zusammengestellten Aufgaben zu Basiskompetenzen im Kopfrechnen und Sachrechnen im Kopf auf der Grundlage der Arbeitsblätter im Begleitband „Schweizer Zahlenbuch“</li> <li>• Beurteilung der bearbeiteten Arbeitsblätter durch die Lehrperson mit Hinweisen zum Trainingsbedarf <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ gezieltes Training der Übungen, die nicht sicher beherrscht werden auf der entsprechenden Übungsstufe</li> </ul> </li> </ul>

Wichtig für das gezielte Training von Basiskompetenzen, welche mangelhaft ausgebildet sind, ist die Wahl der entsprechenden Übungsphase bzw. der passenden Repräsentationsebene. **Die Übung muss von der Aufgabe her verstanden sein, sonst hat ein automatisierendes Training keinen Sinn.** Die Einführung der Übung im Schulbuch und Veranschaulichungen zur Übungsaufgabe unterstützen ein verständnisorientiertes Trainieren. Oft wird viel zu schnell und zu lange nur auf der abstrakt symbolischen Ebene geübt, obwohl die eigentliche mathematische Idee der Übung gar nicht verstanden ist. Die beratende Zuordnung zur jeweils passenden Repräsentationsebene nach Bruner („eis-Prinzip“: enaktiv – ikonisch – symbolisch) ist für ein sinnvolles und nachhaltiges Trainieren von Basiskompetenzen sehr wichtig.

Phase	<b>kennen lernen</b> <i>Zugang</i>	<b>begreifen ein-sehen</b> <i>Verständnis</i>	<b>(auto-matisch) können</b> <i>Anwendung</i>
<b>Tätigkeiten</b>	<b>handeln entdecken</b> <i>Handlungsebene (enaktive Ebene)</i>	<b>verstehen vernetzen</b> <i>Bilderebene, (ikonische Ebene)</i>	<b>umsetzen umformen</b> <i>Zeichenebene (symbolische E.)</i>
<b>Zeit</b>	<b>kurzfristig</b> <i>Lernanlass</i>	<b>mittelfristig</b> <i>Lektionen</i>	<b>langfristig</b> <i>Bildungszyklus</i>
<b>Fähigkeiten</b>	<b>Stoff behandeln</b>	<b>Lernziele erreichen</b>	<b>Kompetenzen einsetzen</b>
	<b>üben</b>	<b>üben</b>	<b>üben</b>

Auf der Internetseite [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch) stehen zum „Blitzrechnen im Kopf 1-4“ und zum „Sachrechnen im Kopf 3/4“ mit Karteikarten Übersichtspläne zu formativen Beurteilungen mit Selbst- und Fremdeinschätzungen und Übungshinweisen auf der passenden Übungsstufe mit den verschiedenen Trainingsmaterialien zur Verfügung.

**ILU** Institut für Lernprozesse in der Primarstufe  
 Institut Primarstufe, Standort Zolingen, Martin Rothenbacher 2008  
 Projekt „Mathematik förderorientiert und ganzheitlich beurteilen“

**Beurteilungsanlass REFLEXION BLITZRECHNEN 1**  
**Selbsteinschätzungen zum Blitzrechnen mit Karteikarten**

<b>Thema:</b>	Kopfrechnen mit Blitzrechnen 1
<b>Beurteilungsspektrum:</b>	formal, lernzielorientiert, individuell
<b>Material:</b>	Karteikarten Blitzrechnen 1 (Basiskurs Zahlen Ausgabe 2006) Schweizer Zahlenbuch 1/2 oder App Kopierblätter zum Blitzrechnen (CD-ROM Begleitband)
<b>Vorgehen:</b>	Die Schülerinnen und Schüler schätzen sich jeweils zu den einzelnen Blitzrechnenübungen ein, indem sie 7 Karteikarten aus dem Blitzrechnenprobeweise lösen. Wenn die Aufgabe richtig gelöst wird, kann sie auf einem Karteikasten für richtige Lösungen abgelegt werden. Falsch gelöste Karten werden auf dem Blatt für falsche Lösungen abgelegt. Die Einschätzung wird mit Vorteil in Partnerarbeit durchgeführt, damit ebenfalls eine korrelierte gegenseitige Einschätzung sorgfältig vorgenommen wird. Andererseits können Fehlleistungen allfälls sofort gegenseitig besprochen werden. Das Resultat der Einschätzung wird auf dem Arbeitsplan der betreffenden Schülerinnen und Schüler entsprechend der Anzahl richtiger Lösungen mit Emblemen eingetragen. Das Training der Blitzrechnenübung wird dann auf der entsprechenden Übungsstufe fortgesetzt und entsprechend im Arbeitsplan eingetragen.
<b>Selbst- und Fremdeinschätzung unter Lehrenden</b>	
<b>Arbeitsplan mit Fortschrittsanzeigen zum individuellen Training auf der passenden Übungsstufe</b>	
<b>ENAKTIV: Handlungsphase (Schulbuch / Arbeitsblatt) / Software mit Versammlung (Grundfächer)</b>	keine oder wenig richtige Lösungen. Eventuell ist die Übung noch nicht verstanden. Wiederholungen auf der Handlungsebene im Schulbuch/Arbeitsblatt mit Partner und dann Training mit der Software. keine oder wenig richtige Lösungen. Eventuell ist die Übung noch nicht verstanden. Wiederholungen auf der Handlungsebene im Schulbuch/Arbeitsblatt mit Partner und dann Training mit der Software. mehr als die Hälfte richtig gelöst. Weiteremotivieren mit Karteikarten nun auch schneller und höhere Trainingsstufen in der Software zuzuschalten (Symbol Wechselplättchen) und dann ohne Versammlung (Symbol Wechselplättchen) und dann ohne Versammlung (Symbol 123). alles richtig gelöst. Abschlusstraining mit dem Arbeitsblatt Blitzrechnen zum üben und auf der formalen Ebene und Software Teststufe. Aufgabenbearbeitungsphase
<b>MONSICH: Bildebene (Karteikarten / Software mit und ohne Versammlung) / Versammlung</b>	
<b>SYMBOLISCH: Zeichenebene (Arbeitsblätter / Software / Software Teststufe) / Aufgabenbearbeitungsphase</b>	

nachfolgende Unterlagen Seite 2-4:  
 - Übersicht mit Klassenliste für die Lehrperson: Seite 2  
 - Arbeitsplan zum Blitzrechnen für Einschätzung und Trainingsplanung: Seite 3 und 4

REFLEXION BLITZRECHNEN 1 Seite 1 von 4 [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch)

**Trainingsplan BLITZRECHNEN 1 Name:**

<b>B01 Wie viele? (hellgelb)</b>	→ Zahlenbuch Seite 23 + AB → Stufe 1 → hellgelb → Stufe 2 → hellgelb → Teststufe
<b>B02 Zahlenreihe (orange)</b>	→ Zahlenbuch Seite 26 → Stufe 1 und 2 → orange → Stufe 3 → orange → Teststufe
<b>B03 Zerlegen (rot)</b>	→ Zahlenbuch Seite 32 + AB → Stufe 1 und 2 → rot → 123 Stufe 1 und 2 → B03 (4 Arbeitsblätter) → Teststufe
<b>B04 Immer 10 / Immer 20 (türkisgrün)</b>	→ Zahlenbuch Seite 35 + AB → Stufe 1 und 2 → türkisgrün → 123 Stufe 1 und 2 → B04 (2 Arbeitsblätter) → Teststufe
<b>B05 Verdoppeln (pink)</b>	→ Zahlenbuch Seite 43 + AB → Stufe 1 und 2 → pink → 123 Stufe 1 → B05 (1 Arbeitsblatt) → Teststufe

<b>Zeichenerklärung:</b>	Computerprogramm Blitzrechnen
→ = Nachschlagen im Zahlenbuch	→ = mit Versammlung
→ = üben mit Karteikarten	123 = nur mit Zahlen
→ = Aufgabenblätter bearbeiten	→ = Teststufe / Zeit

REFLEXION BLITZRECHNEN 1 Seite 3 von 4 [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch)

**Trainingsplan BLITZRECHNEN 1 Name:**

<b>B01 Wie viele? (hellgelb)</b>	→ Zahlenbuch Seite 23 + AB → Stufe 1 → hellgelb → Stufe 2 → hellgelb → Teststufe
<b>B02 Zahlenreihe (orange)</b>	→ Zahlenbuch Seite 26 → Stufe 1 und 2 → orange → Stufe 3 → orange → Teststufe
<b>B03 Zerlegen (rot)</b>	→ Zahlenbuch Seite 32 + AB → Stufe 1 und 2 → rot → 123 Stufe 1 und 2 → B03 (4 Arbeitsblätter) → Teststufe
<b>B04 Immer 10 / Immer 20 (türkisgrün)</b>	→ Zahlenbuch Seite 35 + AB → Stufe 1 und 2 → türkisgrün → 123 Stufe 1 und 2 → B04 (2 Arbeitsblätter) → Teststufe
<b>B05 Verdoppeln (pink)</b>	→ Zahlenbuch Seite 43 + AB → Stufe 1 und 2 → pink → 123 Stufe 1 → B05 (1 Arbeitsblatt) → Teststufe

<b>Zeichenerklärung:</b>	Computerprogramm Blitzrechnen
→ = Nachschlagen im Zahlenbuch	→ = mit Versammlung
→ = üben mit Karteikarten	123 = nur mit Zahlen
→ = Aufgabenblätter bearbeiten	→ = Teststufe / Zeit

REFLEXION BLITZRECHNEN 1 Seite 3 von 4 [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch)

Ebenso können hier Übersichtspläne zum Aufbau von Basiskompetenzen im gesamten Lehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ heruntergeladen werden, die von Lehrpersonen für schulische Heilpädagogik zur individuellen Förderung von Kindern mit grösseren Lernproblemen eingesetzt werden können.

**ILU** Fachdidaktik Mathematik  
 Planungshilfen Zahlenbuch

**Übersichtspläne zum Aufbau von Basiskompetenzen mit dem Mathematiklehrmittel Schweizer Zahlenbuch**

zu den Kompetenzbereichen

- Arithmetik (Zahl & Variable); BLITZRECHNEN, RECHENTRAINING
- SACHRECHNEN IM KOPF (Grössen, Funktionen, Daten und Zufall)
- GEOMETRIE IM KOPF (Form & Raum)

2. Version 2016; martin.rothenbacher@fhnw.ch

**1. Konzeption**  
 Die Übersichtspläne sollen den Aufbau von Basiskompetenzen mit dem Mathematiklehrmittel «Schweizer Zahlenbuch» und den entsprechenden didaktischen Materialien unterstützen. Die Pläne enthalten jeweils die Übungen zu Basiskursen von zwei Schuljahren. Die Übungen sind bestimmten Kompetenzbereichen zugeordnet. Diese zeigen den Aufbau von Basiskompetenzen über die gesamte Primarstufe hinweg. Diese Übersichten von Basiskompetenzen in Form von «Kompetenzrahmen» mit der Aufkennung von verschiedenen Übungsebenen können einzeln oder in der Übersicht- und Förderplanung dienen. Andererseits können die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler eingetragen und der Entwicklungsstand sichtbar gemacht werden (siehe 2. Umgang).

Basiskompetenzen sind zentral für das Verständnis von grundlegenden mathematischen Ideen. Gleichzeitig sind die Voraussetzung für den Aufbau von mathematischen Kompetenzen auf den weiterführenden Schulstufen. Dem Aufbau und der Pflege von Basiskompetenzen ist also gerade im Fach Mathematik besondere Aufmerksamkeit zu widmen. Schwierigkeiten im Mathematiklernen im Laufe der Primarstufe und auf der Sekundarstufe sind oft auf fehlendes Verständnis und mangelhafte Basiskompetenzen zurückzuführen. Deshalb ist es sehr wichtig, dass die einzelnen Übungen und die entsprechenden mathematischen Grundlagen zu den Basiskompetenzen verstanden werden. Nur so können die Zonen der nächsten Entwicklung im jeweiligen Kompetenzgebiet bewusst erreicht und nachhaltig gesichert werden. Wie andere mathematische Fähigkeiten können auch Basiskompetenzen als mathematische Fertigkeiten nur durch vielfältige mathematische Tätigkeiten und Erkenntnisse inhaltlich verstanden und so nachhaltig angeeignet werden. Dabei ist auch hier die Verknüpfung von mathematischen Grundlagen der Fachgebiete Arithmetik (Zahl und Variable), Geometrie (Form und Raum) und Sachrechnen (Grössen, Funktionen, Daten und Zufall) von grosser Bedeutung.

In diesen Übersichtsplänen werden zu einer Übungsaufgabe verschiedene Übungsmöglichkeiten auf dem Übungsbogen aufgeführt. Die Basiskompetenzen sollen mit verschiedenen didaktischen Materialien zu den Basiskursen des Lehrmittels «Schweizer Zahlenbuch» trainiert werden. Dies bedeutet nicht, dass immer alle Übungsaufgaben bearbeitet werden sollen. Im Gegenteil ist sehr oft die Auswahl einer bestimmten Art von Übung für den Zugang zu einer mathematischen Idee und die Verstärkungsübung bei den Lernenden entscheidend. Dabei spielen die Darstellungen eine sehr grosse Rolle.

Übersichtspläne Basiskompetenzen Schweizer Zahlenbuch Seite 1 von 18

**3. Übersichtspläne ARITHMETIK (Kompetenzbereich Zahl & Variable)**  
 Im Fachgebiet der Arithmetik (Kompetenzbereich Zahl & Variable) im Lehrplan 21 wird der «BASISKURS ZAHLEN» mit den Übungen zum «BLITZRECHNEN 1 bis 4» im «Schweizer Zahlenbuch» angesprochen. Die Grundlagen und Materialien zu diesem Basiskurs stammen aus der deutschen Grundfassung zum Zahlenbuch und wurden für die Schweiz adaptiert. Die Fortsetzung dieses Basiskurses nennt sich «RECHENTRAINING 5 und 6 - ARITHMETIK IM KOPF». Diese Übungen nehmen die Ideen des Kopfrechnens im Blitzrechnen-Training auf und werden zum «Schweizer Zahlenbuch 1/2» entwickelt. Mittlerweile legen auch zu diesem «schweizerischen Rechentraining» fachdidaktische Fördermaterialien vor (Software, Karteikarten und Hefte mit Arbeitsblätter). Die verschiedenen Übungen aus dem «Blitzrechnen 1-4» und dem «Rechentraining 5&6» basieren teilweise über alle Primarstufenjahre auf. Einzelne Übungen sind auf bestimmte Schuljahre bzw. Zahlenbücher bezogen. In Bezug auf die fachdidaktische Konzeption dieser Übungen und die Begleittexte zum Lehrmittel «Schweizer Zahlenbuch» und die Kommentare in den einzelnen Fördermaterialien zu beachten. Die verschiedenen Übungen im «Blitzrechnen 1-4» und im «Rechentraining 5&6» werden in dieser Übersicht 7 Basiskompetenzen zugeordnet.

ZAHLENBUCH	1	2	3	4	5	6
<b>BASIS-KOMPETENZEN</b>	ARITHMETIK (ZAHLE & VARIABLE) / RECHENTRAINING 5&6*					
<b>1. Anzahlen erfassen und schätzen</b>	Zahlenreihe	Welche Zahl?	Zahlen lesen	Grössenvergleichen	Schätzen	Überschlagen
<b>2. Hebel zählen</b>	Zahlen in Schritten					
<b>3. zerlegen und teilen</b>	Kopf der Fähr 1000 Jahren	1000 Jahren	Stufenzahlen	Subtraktion	Subtraktion	Subtraktion
<b>4. ergänzen</b>	Immer 10	Ergebnis im Zehner				
<b>5. verdoppeln und halbieren</b>	Verdoppeln	Halbieren	Verdoppeln	Halbieren	Verdoppeln	Halbieren
<b>6. addieren und subtrahieren</b>	Einfache Flussaufgaben					
<b>7. multiplizieren und dividieren</b>	Min-Ermalige	Ermalige an Platz	Zehner-Ermalige	Ermalige durch 10	Ermalige durch 10	Ermalige durch 10

\* Diese Übungen sind nur im Karteikastraining «ARITHMETIK IM KOPF» vorhanden

Übersichtspläne Basiskompetenzen Schweizer Zahlenbuch Seite 5 von 18

**Basiskurs ZAHLEN (BLITZRECHNEN):**

Basiskompetenz	Zahlenbuch 1	Zahlenbuch 2
<b>1. Anzahlen erfassen</b>	Wie viele? 2021, A15 KB: CB, CT, VA14 Zahlenreihe 2026 KB: CB, VA68 KB: CT, VA68	Wie viele? 2017, A19 KB: CB, CT, VA1 CT: VAI Richtig Zahl 2018 KB: CB, VA7 KB: CT, VA7
<b>2. Hebel zählen</b>	Zahlen in Schritten 2005 KB: CB, VA12 KB: CT, VA12	Zahlen in Schritten 2005, A12 KB: CB, VA12 KB: CT, VA12
<b>3. zerlegen und teilen</b>	Kopf der Fähr 2007 KB: CB, VA12 AB08: CT, VA12	100 Jahre 2011 KB: CB, VA12 Zerlegen 2011, A20 KB: CB, VA12 AB09: CT, VA12
<b>4. ergänzen</b>	Immer 10 2015 KB: CB, VA12 AB04: CT, VA12	Ergebnis zum Zehner 2021, A11 KB: CB, VA12 Immer 20 2015, A20 KB: CB, VA12 AB04: CT, VA12
<b>5. verdoppeln und halbieren</b>	Verdoppeln 2043, A29 KB: CB, VA12 AB05: CT, VA12	Verdoppeln 2037 KB: CB, VA12 Halbieren 2048 KB: CB, VA12 AB06: CT, VA12
<b>6. addieren und subtrahieren</b>	KB: CB, VA12 AB07: CT, VA12	Ergebnis zum Zehner 2035, A19 KB: CB, VA12 CT: VA12
<b>7. multiplizieren und dividieren</b>	Min-Ermalige 2033, A27 KB: CB, VA12 AB11: CT, VA12	Ermalige an Platz 2071, A40 KB: CB, VA12 CT: VA12

**LEGENDE**  
 ZB: Seite im Zahlenbuch (Einführung der Übung) / A: Seite im Arbeitsblatt dazu  
 KB: Karteikarten Blitzrechnen / CB: Computerprogramm Blitzrechnen / VT: Zusatzblätter  
 AB: Arbeitsblätter Blitzrechnen / CT: Computerprogramm Blitzrechnen / VA: Zusatzblätter

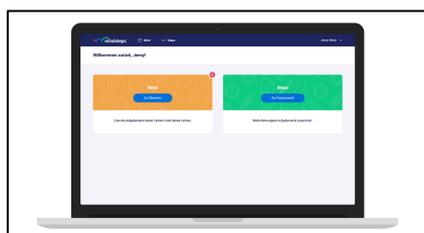
Übersichtspläne Basiskompetenzen Schweizer Zahlenbuch Seite 7 von 18

**Planungshilfen zum Schweizer Zahlenbuch (Basiskompetenzen)**  
 Martin Rothenbacher; Institut Primarstufe PH FHNW  
[www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=56](http://www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=56)

## „Mindsteps“ (Aufgabensammlung zu den Checks)

Wie bereits zu Beginn dieser Ideensammlung zur formativen Beurteilung im Mathematikunterricht beschrieben, bezeichnen einzelne Kantone normierte Testanlagen auch als formative Beurteilungsmöglichkeit. Dies kann man in Bezug auf längerfristige Bildungsphasen wie Bildungszyklen tun und hoffen, dass diese Checks auch förderorientiert genutzt werden. In der Schulpraxis werden diese Checks in Form einer grossen schriftlichen Prüfung aber eher als summative Beurteilung erlebt, welche rückblickend die vielen bis dahin bearbeiteten Lernziele und die erreichten Kompetenzstufen erfassen soll (siehe auch Werkzeugkiste mit Ideen zur summativen Beurteilung). Natürlich kann daraus im Sinne der formativen Beurteilung auch ein Förderbedarf in den primär geprüften mathematischen Handlungsaspekten des Operierens und Benennens abgelesen werden. Dies wird aber im Schulalltag kaum neben dem auf ein Lehrmittel ausgerichteten und entsprechend aufbauenden Unterricht differenziert möglich sein. Hingegen kann man **die mit den Checks entwickelte Aufgabensammlung** durchaus **als formatives Beurteilungsinstrument** bezeichnen, welches laufende Lernprozesse unterstützen und so in Lerneinheiten konkret förderorientiert eingesetzt werden kann. **Das elektronische Tool ist** wie der erste Check **ab dem 3. Schuljahr** also im 2. Zyklus (und im 3. Zyklus) **einsetzbar**. Das der Aufgabensammlung zugrunde liegende Kompetenzmodell ist das gleiche wie in den Checks und weist Kompetenzstufenbeschreibungen in den drei mathematischen Kompetenzbereichen des Lehrplans auf (Zahl & Variable; Form & Raum; Grössen, Funktionen, Daten & Zufall). Die Handlungsaspekte werden weggelassen bzw. fokussieren meistens die Handlungskompetenzen „Operieren und Benennen“.

Serien von **Aufgaben können einerseits durch die Schülerinnen und Schüler selber gewählt werden („Steps“)**. Damit können Selbsteinschätzungen vorgenommen und selbstgewählte Kompetenzbereiche bearbeitet werden. **Andererseits können Aufgabenserien auch von der Lehrperson nach Kompetenzbereich und Schwierigkeitsgrad ausgewählt und der Klasse, Gruppen oder einzelnen Schülern zugewiesen werden.** Für die Schülerinnen und Schüler werden in einer Aufgabenserie dann in diesem Tool jeweils adaptiv Aufgaben aus der Aufgabendatenbank ausgewählt. Dies heisst, wenn der Lernende eine Aufgabe richtig löst, steigt der Schwierigkeitsgrad an. Diese Schwierigkeitsgrade der Aufgaben wurden durch die Testung von ähnlichen oder gleichen Aufgaben in den Checks auf der Grundlage des vereinfachten Kompetenzmodells normiert und sind so recht verlässlich. Damit steht neben den fachdidaktisch differenzierten Angeboten aus Lehrmitteln und den in diesem Koffer vorgestellten Ideen zur formativen Beurteilung im Mathematikunterricht auch ein normiertes elektronisches Instrument zur förderorientierten Beurteilung zur Verfügung.



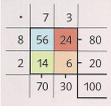
Institut für Bildungsevaluation Zürich und Bildungsraum Nordwestschweiz: [www.mindsteps.ch](http://www.mindsteps.ch)

## Planungshilfen zum „Schweizer Zahlenbuch“ mit Hinweisen zu Beurteilungsinstrumenten

In den Planungshilfen zum „Schweizer Zahlenbuch“ auf [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch) sind zu einzelnen der in dieser Werkzeugkiste vorgestellten Ideen zur formativen Beurteilung Hinweise enthalten zu welchen Themen im Lehrmittel welche Beurteilungsangebote passen. Damit soll die Unterrichtsplanung zum Lehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ unterstützt werden. Zur formativen Beurteilung sind folgende Instrumente in den Quartalsplänen eingetragen:

- FB: Formativer Beurteilungsanlass aus dem Projekt „Mathematik förderorientiert und ganzheitlich beurteilen“ 2005-2010“ mit einem Kriterienraster im anpassbaren Wordformat auf [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch) (für die 1. bis 6. Primarklasse).
- FA: Forscher-Aufträge der PH Bern (Kopiervorlagen mit reichhaltigen Aufgaben auf [www.faechnet21.erz.be.ch](http://www.faechnet21.erz.be.ch) für den 2. Zyklus; 3. bis 6. Primarklasse)
- PB: Produktebewertungen der PH Bern (Kopiervorlagen mit reichhaltigen Aufgaben und Kriterienraster im PDF- und Wordformat auf [www.faechnet21.erz.be.ch](http://www.faechnet21.erz.be.ch) für den 2. Zyklus; 3. bis 6. Primarklasse)
- LU\_I und LU\_II: Hinweise zu mathematischen Lernumgebungen in den beiden Bänden „Lernumgebungen im Mathematikunterricht“ (Hengartner, Hirt, Wälti; 2008/2010)

Die Planungshilfen können als PDF und als WORD-Dokument heruntergeladen werden. In den Worddokumenten sind Direktlinks zum Download der jeweiligen Unterlagen anwählbar.

Themenblock	Seite und Thema im Zahlenbuch 3	zentrale Aufg.	AH	LLK	Hinweise
<b>Überblick und Wiederholung</b>  Beherrschung des Einmaleins wird im LP21 dem Zyklus 2 zugeordnet je nach Kompetenzstand intensiv üben und automatisieren (auch mit Materialien zum Zahlenbuch 2) 6-8 Wochen	04/05: Vorschau auf das Rechnen im Tausender (kleine und grosse Zahlen)				Stao: S.4-11: Lernstände beobachten (Kinder mit Lernschwierigkeiten: BES-Math2 und ev. HPK10-38 Basisstoff 2.Klasse)
	06/07: <i>Rechnen in andern Ländern</i>		3		weglassen oder nur sehr kurz behandeln
	08: Rechenwege bei der Addition 09: Rechenwege bei der Subtraktion	1-3 1-3	4	Z4	HPK61; LU_I:219 immer 99 = <b>FA*3.1</b> ; <b>PB*</b> <i>Subtraktion von Umkehrzahlen</i>
	10/11: Preise / Geldbeträge	1-3 / 1-3	5	G1	Repetition Grössen, Behandlungstiefe anpassen
	22/23: Meter, Dezimeter, Zentimeter	1-3 / 5, 6	12	G1/G2	HPK69; <b>FB3.1.5*</b>
	12: Alle Einmaleinsaufgaben 13: Rechnen mit dem Malkreuz	1-4	6 / 7	Z4/Z5	HPK63; LU_I: 201 <i>Einmaleins beziehungsreich</i> LU_II:48 <i>Muster an Maltafel (Maltafel Zb2)</i>
	14: Multiplikation und Division ✚ Einmaleins – umgekehrt	1, 2	8 / 9	Z4/Z6	HPK65; LU_I:197 <i>Netze knüpfen</i> <b>FB*3.1.3</b> ; LU_I:207 <i>Teiler und Vielfache</i> = <b>FA*3.2</b>
	15: Teilen mit und ohne Rest	1-5		Z4/Z5	<b>Maltafel/Malplan zu Zahlenbuch 2 einsetzen</b>
	16/17: Verdoppeln / Halbieren ✚ Verdoppeln / Halbieren im 100er	1-4 / 1-4	10	Z4	HPK67
	18: Magisches Quadrat /				LU_II:98 <i>Magische Quadrate</i>
	20/21: Formen aus Quadraten 19: Meterquadrate (oder später)	1-3		F2	Denkspiel D05 Pentomino (Begleitband S. 43) LU_II:110 <i>Pentomino- Spiel</i> <b>FB*3.1.4</b> ; <b>PB*</b>
	✚Übungen aus Blitzrechnen 2 insbes. zum Einmaleins und die ersten Blitze im Blitzrechnen 3 repetieren mit Karteikarten und Software/App „Blitzrechnen 1/2 u. 3/4“		65/66		Begleitband Seite 28; <b>Lernzielkontrolle L01</b> „Rechnen im 100er“ (Bb Seite 343 > CD-Rom); <b>LK*3/1 Aufgabensammlung Serie 1 (Seite 8-23)</b>
	<i>Evtl. Spiel aus der Denkschule</i>				<i>Begleitband Seite 41-47</i>

**Abkürzungen** (genauere Literaturangaben und Internetadressen siehe Seite 6; \* = Möglichkeit zum Download aus dem Internet; ACHTUNG: Die Internet-Links in der Tabelle funktionieren nur in der Wordfassung):

AH: Arbeitsheft zum Zahlenbuch  
 LLK\*: Lehrplanbezug zur entsprechenden Kompetenz in der „Lernlandkarte“ (verdichtete Fassung Lehrplan 21 Mathematik)  
 HPK: „Heilpädagogischer Kommentar“ (Hinweise zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten)  
 LU\_I: „Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte“ (Band 1 mit ergänzenden Unterlagen zur natürlichen Differenzierung)  
 LU\_II: „Lernumgebungen im Mathematikunterricht“ (Band 2 mit ergänzenden Unterlagen zur natürlichen Differenzierung)  
 FB\*: Formativer Beurteilungsanlass (Projekt zur kriterienbasierten Schülerbeurteilung am Institut Primarstufe der PH FHNW)  
 FA\*/PB\*: Forscher-Aufträge und Produkte-Bewertung (Kopiervorlagen des Fachteams Mathematik PH Bern)  
 LK\*: Lernkontrollen zum Zahlenbuch 3 und 4 mit Bezug zum Lehrplan 21 (Kopiervorlagen des Fachteams Mathematik PH Bern)

Planungshilfe Zyklus 2 LP21 Mathematik Schweizer Zahlenbuch 3 (Ausgabe 2008) Seite 2 von 6