

# Produktiv üben! Die Übungskonzeption im Zahlenbuch

## Üben, üben, üben – üben im Lernprozess

*„Weg darum mit aller Passivität im Lernen und Denken, mit blind totem Annehmen gegebener Stoffe des Wissens! Nicht das Wissen kräftigt, sondern das Verstehen; nicht die Ansammlung im Gedächtnis, sondern das Verarbeiten mit dem Verstande; nicht das Aufspeichern der Massen, sondern das Assimilieren; nicht das Betrachten, sondern das Suchen; nicht das Glauben, sondern das Prüfen; nicht das Kennenlernen, sondern das Üben; nicht das Vorkauen, sondern das Zergliedern; nicht das Nehmen, sondern das Machen. (Adolph Diesterweg, 1836 – zitiert in „Handbuch produktiver Rechenübungen“ Band 2; Erich Ch. Wittmann und Gerhard N. Müller 1992)*

Seit es Schule und Unterricht gibt, wurde über das Üben in Lernprozessen geschrieben und diskutiert. „Übung macht den Meister“ ist ein altbekanntes Sprichwort. Auch im Mathematikunterricht ist das Üben für die Erarbeitung von mathematischen Kompetenzen zentral. Es stellt sich aber die Frage, welche Art von Üben sinnvoll und nachhaltig ist. Im Projekt „mathe2000“ und in den Zahlenbüchern wird ein produktives Üben propagiert. Was ist damit gemeint? Bevor auf diese Frage eingegangen wird, macht es Sinn, grundsätzliche Fragen zur Konzeption von Übungsphasen zu stellen:

*„Die traditionelle Vorstellung, dass Üben eine nachträgliche, das neue mathematische Wissen festigende Aktivität ist, stützt sich auf die schon mehrfach kritisierte Auffassung vom mathematischen Wissen im Unterricht: Mathematik als ein Fertigprodukt, das von Aussen vorgegeben ist und von der Lehrerin - in kleinen Schritten zubereitet - den Kindern verabreicht wird. Geht man von der Vorstellung aus, dass Mathematik bedeutet "Mathematik tun und treiben", stellt man also die aktive Tätigkeit der Lernenden in den Vordergrund, dann erhält Üben unter dieser Vorstellung eine völlig andere Interpretation, (...) die Übung als integralen Bestandteil eines Lernprozesses versteht. Im Rahmen des produktiven Übens entfällt die scharfe Trennung zwischen den Phasen Einführung, Übung und Anwendung.“ (Wittmann & Müller 1992)*

Üben durchdringt nach diesem Verständnis alle Lernphasen - wer Mathematik betreibt übt. Auch während der Einführung kann vorhandener Stoff gefestigt und mit neuem Wissen assoziiert werden. Dieses Wechselspiel zwischen Festigen und Aufbau ist das Kernstück der konstruktivistischen Lerntheorie und kommt auch dort zum Tragen, wo die eigentliche Aufmerksamkeit nicht dem Üben gilt. Wer Mathematik betreibt, übt, wer übt, betreibt Mathematik.



weiterlesen und vertiefen: Lesetext von Erich Ch. Wittmann: „Üben im Lernprozess“

- im „Handbuch produktiver Rechenübungen“; Band 2: „Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen“; MÜLLER, Gerhard N. / WITTMANN, Erich Ch.; Seite 175ff.

## Gefahren: zu früh Automatisieren

Das traditionelle Verständnis von abgeschlossenen Lernphasen mit „Einführen – Üben – Anwenden“ ist gefährlich: Nach der Einführungslektion wird nicht selten „blindwütig geübt, damit man Aufgaben auch im Dunkeln und ohne Hilfe lösen kann<sup>1</sup>“. Viele Lehrkräfte denken, dass sie nach einer guten Einführungslektion den „Stoff festigen wollen“. Aber geht das überhaupt? Kann denn nach einer Einführung in ein neues Thema, nach einem ersten Kennenlernen von neuen Lerninhalten schon etwas „gefestigt“ werden? Viele Untersuchungen vor allem auch mit lernschwachen Kindern zeigen ein ganz anderes Bild: Der Stoff wird in Tat und Wahrheit nach einer einführenden Phase selten in dem Ausmass verstanden, dass nur noch gefestigt werden darf. Oft wird unter dem Stichwort „Festigen“ zudem vor allem automatisierendes Üben mit beliebigen äusserlich animierenden, sogenannten kindergerechten Übungsvariationen auf (ver-)vielfältigen Arbeitsblättern zum gleichen Lerninhalt verstanden.

Die Automatisierung von Abläufen steht aber in einem natürlichen Lernprozess immer erst am Schluss von langen und verschiedenen meistens in einander übergreifenden Übungsphasen. Unser Gehirn ist nicht in der Lage, neue Fähigkeiten und insbesondere anspruchsvolle kognitive Kompetenzen innerhalb kurzer Zeit zu verfestigen. Zu frühes oder reines Automatisieren führt meistens zu reinem Auswendiglernen. Was nicht verstanden ist, wird dann mittelfristig wieder vergessen.



*weiterlesen und vertiefen: Lesetext von Erich Ch. Wittmann: „Wider die Flut der „bunten Hunde“ und der „grauen Päckchen“: Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens und des produktiven Übens“*

- *im „Handbuch produktiver Rechenübungen“; Band 1: „Vom Einspluseins zum Einmaleins“; MÜLLER, Gerhard N. / WITTMANN, Erich Ch.; Seite 157ff.*

## ...und die schwachen Schülerinnen und Schüler?

Gerade bei lernschwachen Kindern zeigen sich zwar oft bei intensiv trainierten mechanischen Abläufen und Übungen nach Rezept kurzfristig gute Erfolge. Das betreffende Kind freut sich über die gelungene (schnelle) Reproduktion der auswendig gelernten Abläufe (und das Lob dafür). Nicht selten haben gerade lernschwache Kinder gute Strategien zum Auswendiglernen und Reproduzieren entwickelt, weil andere Denk- und Lernwege ja eben noch nicht so gut funktionieren. Vor allem zu Beginn ihrer mathematischen Schulkarriere sind sie denn auch entsprechend gut zu motivieren für diese Art von Üben und Lernen. Leider sind aber diese Erfolge nur kurzfristig. Weil die neu gelernten Fähigkeiten nicht verstanden werden, können sie im Gehirn nicht mit bereits vorhandenem Wissen und Können verknüpft werden. Das (auswendig) Gelernte bleibt im Kurzzeitgedächtnis und wird nach kurzer Zeit wieder vergessen. Erst später wird dann bei weiterführenden Lerninhalten festgestellt, dass grundlegende Kompetenzen fehlen bzw. verloren gegangen sind und „wieder bei Null begonnen“ werden muss. Dies ist sowohl für das

---

<sup>1</sup> Zitat Beat Wälti; 2007

betreffende Kind wie für die Lehrpersonen und Eltern auf die Dauer zermürbend. Meistens ist dann auch nicht genügend Lernzeit vorhanden, fehlende Denkfäden und Verknüpfungen im tragenden Netz sogenannter Basiskompetenzen zu entwickeln und zu sichern. Frustrationen, Demotivation, Lern- und Leistungsstörungen sind die Folge. Sogenannte Rechenschwächen (auch „Diskalkulie“ genannt) sind meistens auf solche problematischen Lernentwicklungen oft in Kombination mit Wahrnehmungsschwierigkeiten oder Entwicklungsverzögerungen zurückzuführen. Ein förder- und kompetenzorientierter Mathematikunterricht mit einer differenzierten Übungskonzeption im Sinne der natürlichen Differenzierung vom Kinde aus ist die beste Grundlage für den Aufbau der für die mathematische Bildung wichtigen und unverzichtbaren Basiskompetenzen. Mathematische Kompetenzen können nur entwickelt werden, wenn verstandenes Wissen und bewusstes Können vernetzt und mit dem eigenen Verstand ein persönliches Verständnis für mathematische Zusammenhänge geschaffen wird.



*weiterlesen und vertiefen: Lesetext 9 von Erich Ch. Wittmann: „Ein alternativer Ansatz zur Förderung „rechenschwacher“ Kinder“*

- *Direktlink: [www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/kursunterlagen\\_zahlenbuch/9\\_Text\\_Wittmann\\_Foerderansatz.pdf](http://www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/kursunterlagen_zahlenbuch/9_Text_Wittmann_Foerderansatz.pdf)*
- *Link: [www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=106](http://www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=106)*
- *Quelle: [www.mathe2000.de](http://www.mathe2000.de)*



*Literaturhinweis: „Heilpädagogische Kommentare zum Schweizer Zahlenbuch“; Hinweise zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten; Margret Schmassmann, Elisabeth Moser Opitz; Klett-Verlag*



*Literaturhinweis: „Fördern im Mathematikunterricht der Primarschule“; Petra Scherer, Elisabeth Moser Opitz; Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg, 2010*

## Strukturierte Übungsformate

Das Verstehen von mathematischen Zusammenhängen ist nur möglich, wenn diese Zusammenhänge auch als Muster und Strukturen sichtbar werden. Das Übungskonzept des Zahlenbuches baut deshalb auf reichhaltige Aufgaben, welche mathematische Strukturen enthalten. Die wichtigsten Übungsformate sind Zahlenmauern, Rechendreiecke, Rechenkettens und strukturierte Rechenpäckchen:

|  |          |           |                 |           |   |   |  |   |                    |  |  |                 |  |  |
|--|----------|-----------|-----------------|-----------|---|---|--|---|--------------------|--|--|-----------------|--|--|
|  |          |           |                 |           |   |   |  |   |                    |  |  |                 |  |  |
| <table style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td><b>4</b></td> <td><b>7</b></td> <td><b>11</b></td> <td><b>18</b></td> </tr> <tr> <td>↑</td> <td>↑</td> <td></td> <td>↑</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><b>Startzahlen</b></td> <td></td> <td><b>Zielzahl</b></td> </tr> </table> | <b>4</b> | <b>7</b>  | <b>11</b>       | <b>18</b> | ↑ | ↑ |  | ↑ | <b>Startzahlen</b> |  |  | <b>Zielzahl</b> | $5 + 1 =$<br>$5 + 2 =$<br>$5 + 3 =$<br>$5 + 4 =$<br>.....<br>..... | $5 + 2 =$<br>$6 + 4 =$<br>$7 + 6 =$<br>$8 + 8 =$<br>.....<br>..... |
| <b>4</b>   | <b>7</b> | <b>11</b> | <b>18</b>       |           |   |   |  |   |                    |  |  |                 |  |  |
| ↑  | ↑        |           | ↑               |           |   |   |  |   |                    |  |  |                 |  |  |
| <b>Startzahlen</b>   |          |           | <b>Zielzahl</b> |           |   |   |  |   |                    |  |  |                 |  |  |

Es gibt unstrukturierte und strukturierte Übungsserien. Bei unstrukturierten Aufgaben (z.B. "graue Päckchen") steht jede Aufgabe für sich allein, wird isoliert von den anderen gelöst. Bei strukturierten Aufgaben stehen die einzelnen Aufgaben in einer Beziehung zueinander. Eine Beziehung, die man entdecken kann. Diese Struktur hilft lernschwachen Schülern, einfache Zusammenhänge kennen zu lernen, sich an diesen zu orientieren und eigenständiges Verständnis aufzubauen. Lernstarke Kinder erkennen Zusammenhänge, vertiefen ihre bereits vorhandenen Fähigkeiten, kontrollieren ihr Üben selbständig und bauen die Übung nach den vorhandenen Möglichkeiten aus.



weiterlesen und vertiefen: Lesetext 8 von Erich Ch. Wittmann: „Das unerschöpfliche Übungsangebot des „Zahlenbuches“ - und wie Kinder es selbständig nutzen können“

➤ Direktlink: [http://www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/kursunterlagen\\_zahlenbuch/8\\_Text\\_Wittmann\\_Uebungsangebot.pdf](http://www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/kursunterlagen_zahlenbuch/8_Text_Wittmann_Uebungsangebot.pdf)

➤ Link: [www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=106](http://www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=106)

➤ Quelle: [www.mathe2000.de](http://www.mathe2000.de)

🔗 Lehrmittelanalyse: Übungsformate (mit der Lehrmittelübersicht „Übungsformate“ die Zahlenbücher und Arbeitshefte nach Übungsformaten durchforschen)

➤ Direktlink: [www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/lehrmittelanalysen\\_zahlenbuch/LMA\\_Zb\\_Uebungsformate\\_2015.pdf](http://www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/lehrmittelanalysen_zahlenbuch/LMA_Zb_Uebungsformate_2015.pdf)

➤ Link: [www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=106](http://www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=106)




Fördermaterialien:

- „Verstehen und Trainieren – Grundaufgaben zum Zahlenbuch“; Heft 1-4
- „Probieren und Kombinieren - Igelaufgaben zum Zahlenbuch“; Heft 1-4
- „Vernetzen und Automatisieren – Aufgaben zum Blitzrechnen“; Heft 1-4
- „Operieren 5/6, Forschen 5/6, Darstellen 5/6 – Training für alle“ (3 Hefte)

## Mathematische Lernumgebungen

In mathematisch strukturierten Übungen sind die Kinder herausgefordert, eigene Denkleistungen zu erbringen. Die Lehrperson räumt dabei nicht wie beim kleinschrittig gestuften Üben alle Schwierigkeiten aus dem Wege, sondern sie schafft ganzheitlich komplexe Lernsituationen, in denen Aufgaben unterschiedlichen Schwierigkeitsniveaus anfallen und deshalb alle Kinder zu Erfolgserlebnissen kommen können. Die Kinder differenzieren selbst (natürliche Differenzierung). Alle Kinder, von den "lernschwachen" bis zu den "lernstarken", können sich nach ihren Möglichkeiten an der Lösung von Problemen beteiligen und üben gemeinsam am gleichen Thema auf unterschiedlichen Niveaus. Nicht alle Kinder müssen Entdeckungen machen, aber alle haben die Gelegenheit dazu. Solche reichhaltigen Übungsanlagen werden „Lernumgebungen“ genannt. In Lernumgebungen können langsam und schnell Lernende innerhalb des gleichen fachlichen Rahmens integriert gefördert werden. Offenheit und Reichhaltigkeit der Aufgaben und Arbeitsanweisungen regen zum eigentätigen „Mathematik-Treiben“ an und lösen Fachgespräche aus. Das Konzept der Lernumgebungen basiert auf einer konstruktivistischen Grundposition und auf einer Anerkennungskultur, in welcher kleine und grosse Lernleistungen anerkannt und wertgeschätzt werden. Viele Lernumgebungen sind bereits in den Zahlenbüchern integriert. In den Arbeitsheften zur Neuauflage des Schweizer Zahlenbuchs sind ergänzende Übungen meist auf anspruchsvolleren Niveaus mit einer Schwalbe gekennzeichnet.

In den beiden nachfolgend aufgeführten Buchbänden wird die Konzeption eines Mathematikunterrichts mit Lernumgebungen zur natürlichen Differenzierung ausführlich beschrieben. Die beiden Bücher enthalten die Resultate aus der Praxiserprobung von Lernumgebungen im Rahmen des Projektes „Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte“ von 2000 bis 2005 und sind vor allem auch für die integrative Schulung und mehrklassigen Mathematikunterricht als ergänzende Begleitbände empfehlenswert.

 Literaturhinweis: „Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte - Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht“ (Band 1); Elmar Hengartner, Ueli Hirt, Beat Wälti; Klett-Verlag, 2006; Neuauflage 2010  
50 Lernumgebungen mit Kopiervorlagen

 Literaturhinweis: „Lernumgebungen im Mathematikunterricht“ (Band 2); Ueli Hirt, Beat Wälti; Kallmeyer-Klett-Verlag, 2008;  
33 Lernumgebungen mit Kopiervorlagen.

➤ [www.mathe-projekt.ch](http://www.mathe-projekt.ch) Homepage des Projektes „Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte: Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht“ mit Arbeitsblättern zum Band 1 zum Herunterladen

Hinweise auf zu den jeweiligen Zahlenbuchseiten passenden Lernumgebungen sind auch in den Aargauischen Planungshilfen enthalten:

➤ Link: [www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#Planungshilfen](http://www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#Planungshilfen)

➤ Link AG: [www.schulen-aargau.ch/kanton/Unterricht-Schulbetrieb/lehrplan\\_vs/Pages/mathematik.aspx](http://www.schulen-aargau.ch/kanton/Unterricht-Schulbetrieb/lehrplan_vs/Pages/mathematik.aspx)

## Aufbau von mathematischen Basiskompetenzen

Ein sorgfältiger Aufbau von Basiskompetenzen ist ein zentrales Element einer produktiven Übungskonzeption. Wie erwähnt besteht die Gefahr, dass gerade diese wichtigen Grundbausteine des Mathematiklernens nicht nachhaltig geübt werden. Damit ist aber nicht nur ein regelmässiges Üben sondern auch differenziertes Üben gemeint. Wie bereits mehrfach erwähnt, ist gerade bei mathematischen Basiskompetenzen die Gefahr gross, dass zu schnell automatisiert wird und dem verständnisorientierten Üben zu wenig Beachtung geschenkt wird. Wie bereits dargelegt beginnt ein produktives Üben bereits bei der Einführung und Bearbeitung von mathematischen Themen und trägt zum Verständnis von mathematischen Grundideen und entsprechenden mathematischen Fähigkeiten bei. Geübt wird so eigentlich immer in einem auf aktiv-entdeckendes und sozial-dialogisches Lernen ausgelegten Mathematikunterricht. Basiskompetenzen sind grundlegende mathematische Fertigkeiten, die dauerhaft verfügbar also automatisiert sein sollten. Diese Fertigkeiten werden oft einfach als mechanisch reproduzierte (und nur auswendig gelernte) Tätigkeiten betrachtet. Wie der Name Basiskompetenzen sagt, sind diese Fertigkeiten aber die Grundlage für den Aufbau von weiterführenden mathematischen Kompetenzen. Deshalb müssen auch diese Übungen eingehend verstanden sein, da sie sonst wieder vergessen werden. Fehlende Basiskompetenzen führen dann häufig zu weiteren Missverständnissen oder Verständnismängeln im Mathematiklernen, was dann früher oder später in grössere mathematische Lernprobleme mündet. Dabei kompensieren gerade lernschwache Schülerinnen und Schüler Verständnisprobleme mit dem reinen Auswendiglernen von ganzen Übungen. Beim Aufbau von mathematischen Basiskompetenzen sind deshalb Übungsphasen, Übungstypen und Übungsebenen differenziert und sorgfältig zu beachten.

### Basiskompetenzen im Fachgebiet Arithmetik (Kompetenzbereich Zahl und Variable)

Die Basiskurse „Blitzrechnen 1-4“ und „Rechenttraining 5/6“ bieten Übungen für den Aufbau von Basiskompetenzen im Bereich der Arithmetik (Zahl und Variable). In jedem Schuljahr werden 10 bis 15 Übungen trainiert, wobei immer wieder gleiche oder ähnliche Übungen auf höherem Niveau bzw. in erweiterten Zahlenräumen vorkommen. Es können drei Übungsphasen unterschieden werden: Die Einführung und Grundlegung einer Übung wird im Zahlenbuch am besten in Partnerarbeit vorgenommen. Die Übungen sind im Inhaltsverzeichnis aufgeführt und werden mit Abbildungen erklärt. In dieser Grundlegungsphase sind handlungsorientierte Übungen sinnvoll. Die drei Übungsphasen können mit den drei Repräsentationsebenen von Jerome Bruner nach dem sogenannten EIS-Prinzip kombiniert gesehen werden (enaktive Handlungsebene, ikonische Bilderebene und symbolische Zeichenebene – siehe auch nachfolgende Abbildungen). So ist nach einer enaktiven Grundlegung mit Handlungen und Alltagsbezügen eine Übungsphase mit Akzenten auf bildlichen Darstellungen nachhaltig. Dabei werden nun vor allem mathematisch strukturierte Zahldarstellungen (Punktefelder, Zahlenstrahl usw.) eingesetzt, um Vorstellungen im Sinne von „inneren mentalen Bildern“ zur Verständnisbildung aufzubauen. Dieses Ikonisieren hilft, Operationen nicht einfach nur nachzuvollziehen, sondern als mathematische Ideen zu begreifen. Für diese zweite Übungsphase stehen Karteikarten zur Verfügung („Blitzrechnen 1-4“, „Arithmetik im Kopf 5 und 6“) und bestimmte Trainingsebenen auf den Computerprogrammen „Blitzrechnen 1-4“ und „Rechenttraining 5, 6“. Am Computer oder Tablet können die Schülerinnen und Schüler bei vielen Übungen mit einer Icontaste entscheiden, ob sie bildliche

Veranschaulichungen auf der ikonischen Ebene als Unterstützung noch brauchen, oder ob sie diese Übung bereits auf der symbolisch abstrakten Ebene mit den reinen formalen mathematischen Zeichen beherrschen. In dieser Übungsphase stehen für das formale Automatisieren zudem auch Arbeitsblätter auf der CD-Rom in den Begleitbänden zum Schweizer Zahlenbuch zur Verfügung.

Für ein produktives und nachhaltiges Üben ist es wie erwähnt entscheidend, mit den erwähnten Übungsphasen, Übungstypen (gestützt und ungestützt, strukturiert und unstrukturiert) sowie den drei Repräsentationsebenen nach dem EIS-Prinzip (enaktiv, ikonisch und symbolisch) sehr sorgfältig umzugehen und die Schülerinnen und Schüler gezielt zu beraten, zu begleiten und auch zu kontrollieren. In diesem Bereich sind Individualisierungen im Sinne eines personalisierten Lernens wichtig, da die Lernenden unterschiedlich schnell und auch auf verschiedenen Fähigkeitsniveaus unterwegs sind. Wenn eine Übung nicht verstanden wird, hilft es wenig, noch mehr Übungszeit zu investieren. Dann kehrt man besser wieder auf die ikonisch oder enaktiv gestützte Ebene zurück und übt dort noch einmal. Allenfalls fehlen aber auch Vorläuferkompetenzen, die dann mit den entsprechenden früheren Übungen erneut aufgebaut werden müssen. Mathematische Fähigkeiten können sich nur dann entwickeln, wenn die dafür notwendigen Basiskompetenzen vorhanden sind. Gerade bei Schülerinnen und Schülern mit grossen Lernschwierigkeiten fehlen diese oft als Grundlage für das Verständnis und den Aufbau von Kompetenzen in der Zone der nächsten Entwicklung. Dies führt dann neben Lernschwierigkeiten und Entwicklungsrückständen auch zu entsprechenden Motivationsproblemen. Insbesondere für Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten stehen deshalb zusätzlich auch die bereits erwähnten speziellen Förderhefte („Verstehen und Trainieren“, „Vernetzen und Automatisieren“) zum Blitzrechnen zur Verfügung. Zur Diagnose von Schwierigkeiten im Blitzrechnen und der entsprechenden Förderung wurde eine Handreichung für die Praxis entwickelt. Zur Übersicht über die Übungen zum „Blitzrechnen“ und zum „Rechenttraining“ im Schweizer Zahlenbuch kann auch die entsprechende Lehrmittelanalyse auf [www.zahlenbu.ch](http://www.zahlenbu.ch) eingesetzt werden.



*weiterlesen und vertiefen: Lesetext 7 von Erich Ch. Wittmann: „Blitzrechnenoffensive!“*



*Direktlink:* [www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/kursunterlagen\\_zahlenbuch/7\\_Text\\_Wittmann\\_Blitzrechnenoffensive!\\_Ausgabe\\_Klett\\_CH.pdf](http://www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/kursunterlagen_zahlenbuch/7_Text_Wittmann_Blitzrechnenoffensive!_Ausgabe_Klett_CH.pdf)



*Link:* [www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=106](http://www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=106)



*Quelle:* [www.mathematik.uni-dortmund.de/didaktik/mathe2000/pubonline.html](http://www.mathematik.uni-dortmund.de/didaktik/mathe2000/pubonline.html)



*Diagnose- und Fördermaterial: „Fördern und Diagnose mit dem Blitzrechnenkurs 1-4, Leitfaden, Anleitung, Materialpaket; Klett-Verlag 2015*



*Lehrmittelanalyse: „Blitzrechnen 1-4“ und „Rechenttraining 5/6“*



*Direktlink:* [www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/lehmittelanalysen\\_zahlenbuch/LMA\\_Zb\\_Blitzrechnen\\_2015.pdf](http://www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/lehmittelanalysen_zahlenbuch/LMA_Zb_Blitzrechnen_2015.pdf)



*Link:* [www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#LMA](http://www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#LMA)



*Übersicht didaktische Materialien und Fördermaterialien Zahlenbuch:*



*Direktlink:* [www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/lehmittelanalysen\\_zahlenbuch/LMA\\_Zb\\_Materialien\\_2015.pdf](http://www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/lehmittelanalysen_zahlenbuch/LMA_Zb_Materialien_2015.pdf)



*Link:* [www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#LMA](http://www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#LMA)

### Basiskompetenzen im Fachgebiet Sachrechnen (Grössen und Funktionen)

Im Kompetenzbereich Grössen und Funktionen kann nach der gleichen Übungskonzeption vorgegangen werden. Die Einführung der Grössen geschieht auf der enaktiven Handlungsebene als Grundlegungsphase im Zahlenbuch. Auf der ikonischen Ebene stehen mit dem Basiskurs „Grössen“ Karteikartensammlungen zum „Sachrechnen im Kopf“ unterstützend zur Verfügung. Dabei werden immer 2 Klassen bzw. Zahlenbücher zusammengefasst. Vereinzelt Übungen hierzu sind auch in den Computerprogrammen „Rechenttraining 5 und 6“ enthalten. Schliesslich können auf der formal-abstrakten Ebene ab dem Schweizer Zahlenbuch 4 auch wieder Arbeitsblätter von der CD-Rom im Begleitband eingesetzt werden.

 Lehrmittelanalyse: „Grössen“

➤ Direktlink: [www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/lehrmittelanalysen\\_zahlenbuch/LMA\\_Zb\\_Groessen\\_2015.pdf](http://www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/lehrmittelanalysen_zahlenbuch/LMA_Zb_Groessen_2015.pdf)

 Lehrmittelanalyse: „Sachrechnen“

➤ Direktlink: [www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/lehrmittelanalysen\\_zahlenbuch/LMA\\_Zb\\_Sachrechnen\\_2015.pdf](http://www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/lehrmittelanalysen_zahlenbuch/LMA_Zb_Sachrechnen_2015.pdf)

### Basiskompetenzen im Fachgebiet Geometrie (Form und Raum)

Das Fachgebiet Geometrie ist ein spezieller Kompetenzbereich. Die Geometrie ist auch auf der Primarschulstufe ein sehr wichtiger Kompetenzbereich im Sinne der Propädeutik. Dies bedeutet, dass im Bereich der Basiskompetenzen bedeutsame Grundlagen auf der Handlungsebene und auf der ikonischen Ebene aufgebaut werden. Es geht darum, tragfähige geometrische Vorstellungen auszubilden, damit auf der Sekundarstufe formale Operationen auf eher abstrakt-symbolischer Ebene besser verstanden werden. Basiskompetenzen zu Form und Raum werden auf der Primarschulstufe über einen langen Zeitraum hinweg kontinuierlich aufgebaut. Dazu können neben den entsprechenden Lernumgebungen im Zahlenbuch auch einige Spielideen verwendet werden. Ab dem 3. oder 4. Schuljahr kann die Kartei „Geometrie im Kopf – Basiskurs Formen“ eingesetzt werden.

 Lehrmittelanalyse: „Geometrie“

➤ Direktlink: [www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/lehrmittelanalysen\\_zahlenbuch/LMA\\_Zb\\_Geometrie\\_2010.pdf](http://www.zahlenbu.ch/cms/media/archive3/lehrmittelanalysen_zahlenbuch/LMA_Zb_Geometrie_2010.pdf)

➤ Link: [www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#LMA](http://www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#LMA)


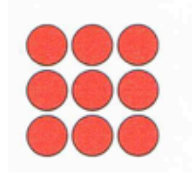
### Übersichtspläne zu allen Basiskompetenzen und Fördermaterialien


Die Übersichtspläne zu den Basiskompetenzen und Fördermaterialien wurde für die individuelle Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Lernschwierigkeiten entwickelt und zeigt den gesamten Aufbau von mathematischen Basiskompetenzen in den drei Fachgebieten auf.

 Übersichtspläne zu Basiskompetenzen und Fördermaterialien:

➤ Link: [www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#Basiskompetenzen](http://www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#Basiskompetenzen)



|  |   |  |
|--|---|--|
| <b>Die 4 Übungstypen</b>   | unstrukturiert<br><i>jede Aufgabe für sich,<br/>willkürlich ausgewählt,<br/>ohne Zusammenhang</i> | strukturiert<br><i>Aufgaben aufeinander be-<br/>zogen, gezielt ausgewählt<br/>nach mathematischer Struktur</i> |
| gestützt<br><i>auf veranschaulichende<br/>Materialien, Bilder, Dar-<br/>stellungen, Handlungen</i> |                  |                             |
| formal<br><i>auf rein symbolischer,<br/>abstrakter Ebene</i>                                       | $2 \times 3 =$<br>$5 \times 4 =$<br>$7 \times 6 =$  | $3 \times 3 =$<br>$4 \times 4 =$<br>$5 \times 5 =$   |

|  |   |  |
|--|---|--|
| <b>Die 4 Übungstypen</b><br><b>“EIS-Prinzip”:</b><br>Repräsentationsebenen<br>nach Jerome Bruner                                 | unstrukturiert<br><i>jede Aufgabe für sich,<br/>willkürlich ausgewählt,<br/>ohne Zusammenhang</i>   | strukturiert<br><i>Aufgaben aufeinander be-<br/>zogen, gezielt ausgewählt<br/>nach mathematischer Struktur</i> |
| gestützt<br><b>Konkreti-<br/>sierung</b><br><i>auf veranschaulichende<br/>Materialien, Bilder,<br/>Darstellungen, Handlungen</i> | <b>ENAKTIV</b><br>Handlungsebene<br>Grundlegung<br>Alltagsbezug<br> | <b>IKONISCH</b><br>Bilderebene<br>Integration<br>Vorstellungsvermögen  |
| formal<br><b>Abstra-<br/>hierung</b><br><i>auf rein symbolischer,<br/>abstrakter Ebene</i>                                       | <b>„mathematische“ SPRACHE</b>  |  |
|  | <b>SYMBOLISCH</b><br>Zeichenebene<br>Vertiefung und Automatisierung<br>Verständnisbildung und Anwendung   |  |

## Übungsverständnis „mathe2000“

### Übungsphasen differenzieren und vernetzen

**üben – üben – üben !?**

| Phase              | <b>kennen lernen</b><br><i>Grundlegung</i>                         | <b>ein-sehen verstehen</b><br><i>Integration - Vertiefung</i>      | <b>(auto-matisch) können</b><br><i>Anwendung</i>                    |
|--------------------|--|--|---|
| <b>Tätigkeiten</b> | <b>handeln entdecken</b><br><i>Handlungsebene (enaktive Ebene)</i> | <b>begreifen vernetzen</b><br><i>Bilderebene (ikonische Ebene)</i> | <b>umsetzen anwenden</b><br><i>Zeichenebene (symbolische Ebene)</i> |
| <b>Zeit</b>        | <b>kurzfristig</b><br><i>Lernanlass</i>                            | <b>mittelfristig</b><br><i>Lektionen</i>                           | <b>langfristig</b><br><i>Bildungszyklus</i>                         |
| <b>Fähigkeiten</b> | <b>Stoff behandeln</b>   | <b>Lernziele erreichen</b>   | <b>Kompetenzen anwenden</b>   |

martin.rothenbacher@fhnw.ch (2006/2009)

## Übungskonzeption Zahlenbuch:

Verschiedene Aufgabenformate differenziert nutzen

| Phase   | <b>kennen lernen</b>  | <b>ein-sehen verstehen</b>  | <b>(auto-matisch) können</b>  |
|---|---|---|---|
|   | <i>Grundlegung</i>  | <i>Integration - Vertiefung</i>                                   | <i>Anwendung</i>  |
| <b>Zahlenbuch Schülerbuch und Arbeitsheft</b> | <b>offene Aufgaben – eigene Wege strukturierte Übungsformate Muster und Variationen</b> |   | <i>Einführung von „Blitzrechen-übungen“ (Basiskurse)</i>                        |
|   | <i>Handlungsebene</i>   | <i>Bilderebene</i>  | <i>Zeichenebene</i>   |
| <b>„Blitzrechnen“ (Materialien)</b>           | <b>Handlungsfelder</b> (Rückseite Arbeitsheft)  | <b>Karteikarten</b> (Zusatzmaterial)                              | <b>Arbeitsblätter</b> (CD-Rom Begleitband)                                      |
| <i>Kopfrechenttraining</i>                    | <i>enaktive Ebene</i>   | <i>ikonische Ebene</i>  | <i>symbolische Ebene</i>  |
| <b>„Blitzrechnen“ (Computerprogramm)</b>      | <b>Training mit Zahldarstellungen</b> (einfachste Stufen mit Veranschaulichungen)       | <b>Training mit Zahldarstellungen nach Bedarf</b> (höhere Stufen) | <b>Training ohne Zahldarstellungen und Teststufen</b> (Einzel- / Gesamt-Test's) |

martin.rothenbacher@fhnw.ch (2006/2009)